

Mediación pedagógica mediante una unidad didáctica del tema de prueba de hipótesis sobre la media aritmética

Eric Gómez Pasos¹, Islande Delgado Monge² , Katalina Oviedo Rodríguez³  & Alejandra Méndez González⁴

Afiliaciones

1. Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica; ericgomezpasos@gmail.com
2. Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica; idelgado@uned.ac.cr
3. Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica; katalina.oviedo.rodriguez@una.cr
4. Ministerio de Educación Pública, San José, Costa Rica; alejandra.mendez.gonzalez@mep.go.cr

Recibido:16/07/2025

Aceptado: 20/11/2025

ABSTRACT: This work presents the development of a didactic unit designed for the topic of hypothesis testing for the arithmetic mean. This unit was implemented in the Statistical Theory course at Universidad Latina de Costa Rica, San Pedro campus, during the year 2022. Several learning difficulties related to hypothesis testing for the arithmetic mean were identified through the application of the didactic unit. Among the difficulties found were: the selection of the appropriate test statistic, the algebraic calculation of this statistic, the procedure for calculating the p-value, the calculation and placement of the critical value in the graphical representation, as well as the decision of whether or not to reject the null hypothesis. The didactic unit provided clarity in the theoretical aspects through complementary exercises that could be solved with or without the use of a computer. The contents developed included Hypothesis Testing, with the procedures required for solving such problems. Evaluation was part of the process, allowing for the monitoring and verification of overall progress, as well as providing feedback. Activities were included that could form part of summative assessment while also allowing for the comparison of results using ICT. The software proposed in the didactic unit was Bognar. Students expressed motivation in studying the topic and concluded that the unit represents a useful tool for learning this subject.

Key words: Didactics; statistics; arithmetic mean; teaching unit; ICT.

RESUMEN: En este trabajo se presenta el desarrollo de una unidad didáctica elaborada para el tema de pruebas de hipótesis para la media aritmética, esta unidad fue abordada en el curso de Teoría Estadística de la Universidad Latina de Costa Rica, sede San Pedro, durante el año 2022. Se presentan diversas dificultades de aprendizaje relacionadas con el tema de pruebas de hipótesis sobre la media aritmética, las cuales fueron evidenciadas mediante la aplicación de la unidad didáctica. Entre las dificultades de aprendizaje encontradas están la selección del estadístico de prueba a utilizar, cálculo algebraico de dicho estadístico de prueba, procedimiento de cálculo del valor- p , cálculo y ubicación del valor crítico en la representación gráfica, así como la decisión de rechazar o no rechazar la hipótesis nula. La unidad didáctica permitió proveer claridad en la teoría con ejercicios complementarios a los que podrán resolver con o sin el uso de la computadora. Se desarrollaron los contenidos de: Prueba de hipótesis, con el procedimiento que se debe seguir en la resolución de problemas de este tipo. La evaluación fue parte del proceso, y permitió monitorear y verificar el avance global, así como la retroalimentación. Se contó con actividades que pudieran ser parte de la evaluación sumativa y a la vez permitieran comparar resultados con el uso de las TIC. El software propuesto en la unidad didáctica fue Bognar. Los estudiantes manifestaron motivación en el estudio del tema y concluyen que la unidad representa una herramienta útil para el estudio del tema.

Palabras clave: Didáctica; estadística; media aritmética; unidad didáctica; TIC.

Introducción

La problemática en la comprensión de conceptos básicos en estadística es un asunto que viene en aumento y a pesar del uso de la tecnología, el estudiantado refleja falta de comprensión en conceptos fundamentales (Oddi et al., 2018).

En un estudio de la Universidad de Granada, realizado por López et al. (2018) sobre prueba de hipótesis para medir el conocimiento de estudiantes que se preparaban para ser futuros profesores, se indican errores en el planteamiento de las hipótesis; errores en la selección o planteamiento del contraste; errores conceptuales; errores procedimentales; y errores de interpretación del resultado del contraste. Específicamente, López et al. (2018), indican los siguientes errores: confunden hipótesis nula con alternativa, cometen errores al elegir la distribución y no identifican el tipo de contraste, no distinguen entre error tipo I y tipo II, interpretación incorrecta del nivel de significación, interpretación incorrecta del valor-p, confusión del nivel de significación y el valor-p, confusión entre estadístico y parámetro, y cometen errores al aplicar el Teorema Central del Límite.

Respecto a errores procedimentales, algunos errores que se mencionan son el error en el cálculo del valor-p, la determinación del punto crítico, la determinación incorrecta de las regiones de rechazo o no rechazo, errores de tipificación (convertir a distribución normal estándar), lectura incorrecta de las tablas estadísticas, error en el cálculo de las probabilidades con la distribución normal, determinación del estadístico de contraste, y errores de cálculos. En cuanto a errores de interpretación, se indican los siguientes: no saber cuándo rechazar o no rechazar la hipótesis nula, error en la interpretación del resultado o contextualización de este, utilización del término “acepta” la hipótesis nula.

Además, las personas estudiantes no manifiestan tener claridad en el uso del valor-p, lo cual es muy importante ya que es una probabilidad utilizada para la toma de decisión, es decir, si una hipótesis nula se rechaza o no se rechaza. Al respecto Ruíz y López (2020) expone sobre el concepto de prueba de hipótesis que “el uso del p-valor de los estadísticos de prueba ha sido el punto clave en el que se han apoyado las tomas de decisiones científicas” (p. 140). La unidad didáctica desarrollada contempló en su diseño las principales dificultades que exponen estas investigaciones. Además, tomó en cuenta la población y los objetivos que plantea el curso en el cual fue aplicada dicha unidad.

El curso de Teoría Estadística de la Universidad Latina de Costa Rica tiene como objetivo general aplicar los modelos estadísticos en el diseño de modelos económicos para la calidad y la toma de decisiones efectivas en el ámbito económico. Entre los objetivos específicos del curso están: aplicar las distribuciones de probabilidad subyacente para cualquier variable cuantitativa mediante el cálculo de las probabilidades asociadas a los eventos de interés, ampliar el desarrollo de modelos de regresión, aplicados al caso lineal y múltiple, mediante las posibles relaciones no lineales entre las variables de interés, aplicar técnicas para efectuar pronósticos descomponiendo series de tiempo, aplicar los métodos estadísticos empleados en econometría para el diseño y análisis de modelos económicos, analizar la función de control de calidad y su importancia en la toma de decisiones de las empresas, y desarrollar modelos estadísticos que permitan a las empresas tomar diferentes vías de acción alternativas en la toma de decisiones.

Asimismo, fue de suma importancia conocer información previa sobre las deficiencias que han visto los profesores que imparten el curso Teoría Estadística en sus estudiantes. Se encontró que los estudiantes presentan mayores dificultades en los temas de estimación y pruebas de hipótesis. Específicamente, se observa que les resulta complejo formular adecuadamente la hipótesis nula y la hipótesis alternativa, así como tomar decisiones respecto a si se debe rechazar o no la hipótesis nula, ya sea mediante el método del valor-p, el valor crítico o ambos. Asimismo, se identifican dificultades en el cálculo del estadístico de prueba, lo que limita su comprensión integral del proceso inferencial.

Además, les cuesta la lectura reflexiva, se les dificulta la interpretación de la información, discernir y ubicar los datos; realizar el cálculo del estadístico de prueba. Uno de los profesores que imparten el curso sugiere la importancia que tendría contar con ejercicios que fortalezcan los temas en los cuales presentan dificultades.

Toda esta información previa fue clave para el diseño y puesta en práctica de la unidad didáctica.

Referente teórico

Al diseñar una unidad didáctica para la enseñanza y aprendizaje de cualquier tema, es necesario considerar la motivación como uno de los aspectos que determinen las actividades que se utilizarán. La motivación es un aspecto primordial para el desarrollo de las actividades esenciales de la vida y así para el desarrollo de procesos de enseñanza-aprendizaje. Algunos de los desencadenantes de la motivación son: actividades lúdicas, apoyo familiar, indicadores de proceso, ejercicios innovadores, contenidos contextualizados, así como establecimiento de logros (Hernández et al., 2023).

Respecto a la innovación, Mellor y Giménez (2020) concluyen que hay mejora en las actitudes y motivación de los estudiantes hacia las matemáticas, aplicando estrategias didácticas centradas en la persona estudiante, dinámicas y colaborativas. Indican que, en esta dimensión, se han evidenciado mejoras en el compromiso del estudiante en la construcción de sus experiencias de aprendizaje.

Otra forma de motivación para las personas estudiantes según Freire et al. (2018) es su relación con el uso de tecnologías en el proceso de enseñanza, ya que la persona estudiante asume nuevas responsabilidades, despiertan el ámbito de investigación, es útil para la construcción del conocimiento, además, el hecho de crear ambientes participativos conduce a la motivación estudiantil, facilitando el desarrollo de destrezas y el cumplimiento de objetivos.

Al respecto, López (2019) menciona que las herramientas tecnológicas y el acceso a internet, en forma gradual, han influenciado al ser humano y también han modificado la forma de comunicarse, informarse, actualizarse, socializar y también la forma de educarse, también indica que, como todos los cambios a través de la historia, se necesita de la evaluación y de la inclusión de estas nuevas formas de enseñanza a las metodologías convencionales. Asimismo, Moreno (2017) señala que el aprendizaje mediante la utilización de las TIC es mayor cuando reciben la información mediante clases magistrales y resolución de problemas, que cuando es enseñado mediante el método tradicional. Para Quinto, et al (2022) el uso de las TIC ha cambiado la manera de enseñar y aprender, contribuyendo a una mejora en la educación. A esto se suma que el uso de las tecnologías en estadística, permite, la colaboración entre estudiantes, ya que puede colaborar en la mejora de la escritura y comunicación para transmitir resultados (Chance, et al, 2017). En Costa Rica, el Ministerio de Educación Pública, MEP (2012) menciona que, el uso de tecnologías es importante para enriquecer y redimensionar la resolución de problemas y las estrategias educativas. Además de favorecer la representación matemática, fortalece la interacción estudiante-conocimiento y permite un involucramiento activo de las personas estudiantes en el aprendizaje.

El uso de las TIC permite la simulación, con respecto a esto, Batanero (2018) resalta la importancia de la simulación al enseñar pruebas de hipótesis, pero también la importancia de que se dé énfasis en el dominio de conceptos como muestra, población, media muestral y población, distribución de la media muestral, hipótesis nula, nivel de significación, etc. Recalca la importancia de la comprensión de los conceptos básicos de estadística descriptiva y probabilidad para la adquisición de una comprensión razonable.

Por otra parte, aunado al uso de la tecnología, es primordial tomar en cuenta el contexto en cual se desarrolla la unidad didáctica. La contextualización activa es un componente pedagógico especial y esta estimula la acción estudiantil, lo que requiere el uso importante de modelos sobre la realidad cercana. Se refiere al establecimiento de vínculos estrechos entre las matemáticas y el entorno en que se desenvuelven las personas estudiantes, dándoles motivación para participar en forma activa (MEP, 2012).

Albanese (2019) expone que “los problemas tienen entonces que ubicarse en un contexto cercano al estudiante para que los experimentos sean accesibles y los datos de interés para el estudiante” (p. 1). Por otra parte, según MEP (2012), los ejes disciplinares de resolución de problemas y la contextualización activa, producen sinergia, lo cual tiene como fin favorecer una formación matemática de calidad que ayude a generar personas competentes, racionales, responsables y críticas para la construcción de una sociedad culta, justa y democrática.

López (2020) declara que, el contexto en el momento de especificar un problema es esencial para mostrar la unión entre los conceptos y las situaciones reales, esto sirve para dar sentido al aprendizaje y motivar el interés por las matemáticas, haciéndoles ver su utilidad en diferentes contextos. Por la misma naturaleza abstracta que tiene las matemáticas, el utilizar un contexto cercano al alumno es una herramienta que adquiere gran importancia para garantizar un proceso de enseñanza-aprendizaje más eficiente. Por último, para el diseño e implementación de la unidad didáctica se consideraron los diferentes aspectos mencionados, así mismo, se consideraron dos importantes referentes teóricos: el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción matemáticos (EOS) y el Diseño Universal de los Aprendizajes (DUA). A continuación, se amplía sobre los aspectos considerados de ambos enfoques.

Consideración de aspectos referentes a las Idoneidades del Enfoque Ontosemiótico (EOS)

Godino (2022) menciona que “el EOS aporta herramientas para realizar un análisis didáctico integral que sirve de fundamento para el diseño, implementación y evaluación de los procesos instruccionales, teniendo en cuenta las diversas dimensiones, facetas, niveles y fases implicadas en dichos procesos.” (p. 18). Entre los componentes del EOS, Breda et al. (2018) expresa, que están los que tienen que ver con la Idoneidad Epistémica que tienen que ver que no haya errores matemáticos, así como ambigüedades que confundan a los estudiantes, que se consideren los procesos relevantes en la actividad matemática y por otro lado que lo que tiene que ver con los significados parciales tal como las definiciones, las propiedades, los procedimientos contemplen diferentes formas de expresión en la enseñanza.

Referente a la relación con los conocimientos previos, según Breda et al. (2018) en cuanto al componente de Idoneidad Cognitiva, están los que tienen que ver con los conocimientos previos, que permitan alcanzar los significados que se pretendan, así como que se cuente con actividades que refuercen el conocimiento y así mismo la diversidad en cuanto la evaluación permita que se dé la apropiación de los conocimientos y las competencias que se pretendan obtener. Para una buena comunicación entre los docentes y alumnos, según Breda et al. (2018) refiriéndose al componente de Idoneidad Interaccional están los que tienen que ver con que haya buena comunicación docente – discente, que haya una presentación clara del tema, diversidad de recursos retóricos, se logre captar la atención de los estudiantes y se favorezca la inclusión y el diálogo, así que los estudiantes asumen la parte de responsabilidad y autonomía y que el progreso de los alumnos sea bajo una oportuna observación sistemática.

En cuanto a la utilización de recursos materiales, Breda et al. (2018) refiere que la componente de Idoneidad Mediacional se relaciona con los recursos materiales a utilizar tales como los manipulativos y tecnológicos que favorezcan el aprendizaje, aspectos de la cantidad y distribución de alumnos, el horario, las condiciones del aula y el tiempo a invertir sobre la importancia de los contenidos. En cuanto al componente de Idoneidad Emocional, Breda et al. (2018) indica que tiene que ver con los intereses y necesidades. Las tareas deben responder a los intereses de los estudiantes y las propuestas deben causar interés y deben propiciar la valorización y la utilidad de las matemáticas. Así mismo con respecto a las actitudes, que se dé la implicación de las actividades y se favorezca la argumentación en situaciones de igualdad. Por otro lado, en cuanto a las emociones, que se promueva la autoestima, evitando rechazo y se resalte en las matemáticas, lo relacionado con la estética y la precisión. Refiriéndose a la ecología según Breda et al. (2018) esta componente, tiene que ver con la adaptación al currículo en lo que respecta los contenidos, la implementación y evaluación. Así también las conexiones intra e interdisciplinares, que haya relación directa de contenidos matemáticos según el orden del currículo, así como con los contenidos de las otras asignaturas de la etapa educativa.

Diseño universal de los aprendizajes (DUA)

Expone Alba (2019) que, el DUA es un modelo que tiene como objetivo reformular la educación proporcionando un marco conceptual que faciliten el análisis y evaluación de los diseños curriculares y las prácticas educativas, para identificar barreras al aprendizaje y promover propuestas de enseñanza inclusivas. De igual forma Alba (2019) especifica los tres principios fundamentales del DUA:

- 1) Proporcionar múltiples formas de implicación, que tiene que ver con que se logre la motivación y la implicación de los estudiantes en el aprendizaje.
- 2) Proporcionar múltiples formas de representación, ya que esto permitirá que se activen las redes de reconocimiento que tienen que ver con la percepción de la información, así como la codificación, almacenamiento y posterior recuperación.
- 3) Proporcionar múltiples formas de acción y expresión que permita que se activen las redes estratégicas que considere que la persona estudiante tiene diferentes formas de aprender, por lo tanto, se requiere que las actividades que se realizan permitan que las personas estudiantes puedan expresar qué han aprendido.

Metodología

Como ya fue mencionado, el estudio se llevó a cabo en la Universidad Latina de Costa Rica sede San Pedro. Es una zona de clase media y media baja. La Universidad Latina pretende atender las necesidades del estudiantado para lo cual ha logrado ofrecer programas de diferentes especialidades y ha buscado por medio de SINAES enfocarse en los tres aspectos básicos que son el buen desempeño académico de la persona estudiante, la obtención de un perfil de profesionales útil para los empleadores y los aportes que la carrera ofrezca al gremio y a la sociedad.

El estudio es de tipo cualitativo, al respecto Barba (2013) apunta que este tipo de investigaciones pretenden comprender la realidad, además, la selección de la muestra se da por el interés del caso a estudiar. En este sentido, el tamaño de la muestra estuvo determinado por la cantidad de estudiantes que conformaban el grupo, y esto no representó una delimitante ya que no se pretendían realizar un análisis comparativo o cuantitativo, sino que más bien, se pretendía describir las experiencias didácticas al aplicar la unidad didáctica.

Específicamente se trabajó en el curso de Teoría Estadística, el cual contó con 10 personas estudiantes y es cuatrimestral; las aulas están en magnífico estado. En relación con las técnicas e instrumentos, se utilizaron para tres momentos diferentes: el diagnóstico, la validación y la valoración.

Para el diagnóstico se aplicaron entrevistas a cuatro profesores que tienen en promedio más de 10 años de impartir cursos de estadística en la Universidad Latina; posteriormente se aplicaron entrevistas a tres personas estudiantes del curso. Según los resultados obtenidos de las entrevistas aplicadas a los profesores y los resultados de las entrevistas aplicadas a las personas estudiantes se realizó una prueba escrita como diagnóstico a 10 personas estudiantes, quienes tuvieron que resolver problemas con diferentes tipos de preguntas, otras donde debieron calcular el estadístico de prueba, preguntas en que debieron plantear las hipótesis nula y la alternativa, ejercicios donde únicamente tomaron las decisiones de rechazar o no la hipótesis nula, otros en donde realizaron todo el procedimiento matemático desde el inicio hasta la toma de decisión. Así mismo se aplicó un cuestionario a 10 personas estudiantes del curso para conocer características del grupo y sus opiniones sobre resolución de problemas sobre el tema de prueba de hipótesis.

En cuanto a la validación, se construyó un instrumento utilizando la idoneidad didáctica del EOS, esta fue evaluada por personal de la Universidad Latina de Costa Rica de San Pedro especialista en Educación Matemática. Las sugerencias emitidas por los profesores se incorporaron de manera inmediata al recurso. Para la valoración, se elaboró una guía de observación basada también en la idoneidad didáctica del EOS. Además, se realizó una entrevista al docente del grupo con el fin de determinar el impacto de la unidad didáctica en el aprendizaje de las personas estudiantes.

Recurso didáctico elaborado

La unidad didáctica estuvo constituida por cuatro capítulos y abarcó a manera de repaso, desde los conceptos básicos de estadística descriptiva hasta llegar al tema de prueba de hipótesis sobre la media aritmética.

El Capítulo uno contiene un repaso de los conceptos básicos de estadística descriptiva, así como la interpretación de los conceptos más importantes. A través de resolución de problemas en contexto va a permitir que se aclaren y se repasen conceptos que van a permitir transitar con paso firme hacia lo necesario, antes de ver prueba de hipótesis.

El Capítulo dos contiene un repaso práctico relacionado con los conceptos básicos de probabilidades y distribuciones de probabilidad y presenta ejercicios, empezando desde ejercicios sencillos hasta ejercicios de mayor complejidad, incluyendo las soluciones para una autoevaluación de los estudiantes.

El Capítulo tres es dedicado exclusivamente al tema de prueba de hipótesis de la Media. A través de resolución de problemas se van a presentar ejercicios con soluciones completas para ser analizados y ejercicios de casos que se resuelven a través del estadístico de prueba, para lo cual se presentan conceptos y prácticas aisladas y se integran paulatinamente. Además, va a presentar soluciones de problemas realizados con el software de Bognar, pero solo como para dar opciones y las bases según los cálculos realizados, para la toma de decisión de rechazar o no rechazar la hipótesis nula.

El Capítulo cuatro es de interés principal, porque es donde se va a hacer uso del software de Bognar, para la resolución de problemas de prueba de hipótesis sobre la media aritmética. El software Bognar (2021) fue seleccionado debido a sus múltiples ventajas. Según expresa el profesor Chacón (profesor del grupo facilitado para la investigación) estas ventajas son: permite la representación gráfica, marca las zonas de rechazo y no rechazo, calcula el estadístico de prueba y el valor- p , lleva de la mano al estudiante en el desarrollo del procedimiento de cálculo que se ocupa al resolver problemas, el cuál va en forma similar como si se realizara manualmente, además de que cuenta con ayuda incorporada en la explicación de conceptos que intervienen en el proceso y por último, es un software gratuito.

Al llegar a estudiar esta parte de la unidad didáctica ya los estudiantes tienen claridad de los temas requisito, pues ya habían visto esos temas en las materias de estadística básica o ya han repasado los temas a través de los capítulos uno, dos y tres y aquí en este capítulo cuatro van a resolver los problemas con el uso del software, con el cual van a obtener los cálculos necesarios, así como la representación gráfica, y las personas estudiantes solo tendrán que tomar la decisión de rechazar o no rechazar la hipótesis nula basándose en toda la información suministrada por el software.

Resultados y Discusión

La unidad didáctica se les entregó a los estudiantes en dos partes. La primera parte contenía los tres primeros capítulos de repaso en PDF, con el fin de propiciar una nivelación de contenidos, además, esta parte contenía un video de respaldo en el tema de cálculo de la desviación estándar. La segunda parte, correspondiente al capítulo cuatro, contenía la resolución de problemas de prueba de hipótesis sobre la media utilizando el software. Impartir previamente la unidad, representó una ventaja para los estudiantes, ya que permitió que la persona estudiante llevara su propio ritmo de trabajo, tanto en el repaso de los conceptos como en la resolución de problemas.

Motivación estudiantil

La práctica llevada a cabo por los estudiantes al final de la clase reflejó muy buen aprovechamiento y así los comentarios de las personas estudiantes, tal y como se muestra en el siguiente comentario de un estudiante:

“Me resultó muy interesante este material, porque me sirvió para recordar y practicar ciertos cálculos como la desviación estándar, la varianza, el promedio, etc. Pude ver la utilización de la tabla normal estándar” (estudiante 1, comunicado personal, 30 de marzo del 2024).

Los temas expuestos en la unidad didáctica para el repaso le dieron al estudiantado un mejor dominio de temas de cursos anteriores y un mejor fundamento para enfrentar nuevos retos, lo cual fue muy motivante. Esta motivación, en el estudiantado, fue realizada a través del repaso independiente que hicieron del estudio de los capítulos uno, dos y tres de la unidad didáctica, y lo reflejaron en los comentarios que realizaron, como se muestra a continuación:

“Desde el punto de vista de un estudiante tener los conceptos de primera mano se vuelve algo útil porque se nos olvida por la cantidad exagerada de contenido que recibimos de diferentes materias. Por ende, tener el glosario funciona como una repasada de información efectiva. Pero lo que más me gustó fue el esquema que recibimos que detalla el proceso correcto para una prueba de hipótesis. Fue de gran ayuda a recordar la data necesaria para continuar” (estudiante 2, comunicado personal, 30 de marzo del 2024).

“Me encantó ya que, si bien los conceptos no son nuevos, pero si la simpleza y organizado que está el documento, como detalle en la primera pregunta de jerarquización de conceptos es fundamental para poder entender los demás temas y verlos desde otro punto de vista” (estudiante 3, comunicado personal, 30 de marzo del 2024).

Uso de TIC y evaluación del aprendizaje

En lo que respecta al tema de prueba de hipótesis sobre la media, el resolver problemas utilizando el software generó mucha motivación en las personas estudiantes, ya que se enfrentaron al tema con dominio del cálculo de estadísticos de prueba, distinción de estimadores y parámetros, así como la claridad del procedimiento en la solución de problemas, tal como fue mencionado por un estudiante:

“con la implementación de esta materia en el curso me ha permitido comprender de una mejor manera todos los temas ya que estos temas no son de hacerlos de forma automática, sino que se debe de entender cuál es su uso y así se puede realizar todo de una forma correcta. El material didáctico está muy completo” (estudiante 5, comunicado personal, 30 de marzo del 2024).

El docente facilitador del curso también mencionó el beneficio que representó el uso del software en el aprendizaje del tema:

“ha favorecido la reafirmación de los conceptos básicos imprescindibles para la comprensión de una prueba de hipótesis” (docente facilitador, comunicado personal, 30 de marzo del 2024).

La unidad didáctica permitió darle continuidad al uso del software que los estudiantes venían utilizando en los temas antes del de prueba de hipótesis, lo cual facilitó que resolvieran problemas a través del uso del software, pues conocían el procedimiento detallado de cálculo y el desarrollo de dicho proceso en la solución de problemas. Por tanto, el uso del software les generó motivación por aprender los conceptos.

Asimismo, la unidad didáctica propició que las personas estudiantes tuvieran claridad de que la solución de ejercicios utilizando TIC, cobra más valor si se conoce cuál es el procedimiento matemático que está siendo sustituido por el uso de tecnologías. Esto se logró brindando ejercicios resueltos en ambas formas, permitiendo al estudiantado, comparar ambas soluciones y comprobando resultados. Fue notoria la confianza en la ejecución de ambas formas. Las personas estudiantes reflejaron la facilidad que ha surgido de la comprensión del proceso y las ventajas que proporciona el software.

Cumplimiento de las Idoneidades del Enfoque Ontosemiótico (EOS)

A continuación, se describe el cumplimiento que tuvo la unidad didáctica respecto a las diferentes idoneidades didácticas del EOS.

Idoneidad epistémica

La unidad didáctica proporciona un glosario con definiciones claras y ejercicios con los cálculos básicos con interpretaciones claras de los resultados. Así mismo, especifica cálculos de diversas formas, por ejemplo, en el cálculo de la desviación estándar, da la opción que la persona estudiante observe todo el cálculo realizado. Además, la unidad contiene un video para reafirmar conocimiento y así solicita al lector que realice los cálculos con otras fórmulas opcionales con diferentes formas de presentación, también da opción que las personas estudiantes den otra explicación del significado de la desviación estándar.

Idoneidad cognitiva

La unidad didáctica provee un repaso de los temas de estadística descriptiva y de estadística inferencial, los cuales son conocimientos previos para el estudio de pruebas de hipótesis. Este repaso de conceptos refuerza el conocimiento y se fortalece la interiorización de los conocimientos. Además, prepara al estudiantado para asimilar con mayor profundidad la resolución de problemas utilizando el software lo cual favorece al desarrollo de la clase.

Idoneidad interaccional

La unidad didáctica contiene formas detalladas de cálculo que se complementa con las representaciones gráficas, lo cual permite la conexión de conocimientos, por ejemplo, las explicaciones del uso de las tablas en su forma básica en un inicio, da cabida a que se logre una conexión de conocimiento con las representaciones gráficas y da opción a interacciones entre el estudiantado en la solución de ejercicios similares donde puedan aprender. Además, el material promueve la responsabilidad y compromiso de realizar tareas que el docente les suministre lo cual estimula la interacción entre pares.

Idoneidad mediacional

La confección de la unidad permitió dividir el estudio en dos partes, en la primera parte, se cuenta con el material de repaso que son los capítulos uno, dos y tres. En la segunda parte, correspondiente al capítulo cuatro, se brinda la explicación del menú del software y su uso para la resolución de problemas de pruebas de hipótesis sobre la media. Respecto a la clase, fue de tres horas, en la primera hora, el profesor desarrolló junto con las personas estudiantes, un ejemplo completo utilizando el software, con los detalles específicos de las variantes que se pueden presentar en la solución de problemas de prueba de hipótesis sobre la media, los estudiantes siguieron al profesor verificando en la parte de la unidad didáctica donde también está todo explicado.

El profesor seleccionó tres problemas típicos de los 15 enunciados que se les entregó a los estudiantes, para resolver en conjunto con los estudiantes. Esto permitió aclarar dudas y reforzar el uso del software. En las siguientes 2 horas las personas estudiantes resolvieron en grupos los ejercicios restantes de los enunciados recibidos, ya que el aula permitió la movilidad para hacer los grupos. Posteriormente recibieron la parte faltante del capítulo cuatro donde están las soluciones de dichos ejercicios, lo cual sirvió como retroalimentación en el aprendizaje.

Idoneidad emocional

La unidad didáctica permite que las personas estudiantes se interesen e involucren desde un inicio, por el hecho de no tener que ir a buscar material de repaso, lo que causó mayor interés debido a las actividades que reforzaron sus conocimientos y a la vez el hecho de que los repasos de conceptos fueron reforzados en forma parcializada, enfocándose en soluciones de ejercicios separados inicialmente y después en la resolución de ejercicios completos. Además, el contar con las soluciones de los ejercicios motivó a las personas estudiantes a mejorar en su aprendizaje ya que contaron con el material de fácil acceso. Por otro lado, la motivación también se vio afectada debido a que los ejercicios fueron contextualizados a su campo de estudio, pudiendo ver la utilidad de las matemáticas en las aplicaciones realizadas.

Idoneidad ecológica

La unidad didáctica contempla los contenidos que el curso plantea en su currículo. Su implementación permitió gran apertura al uso de la tecnología en la resolución de problemas de prueba de hipótesis sobre la media. Los ejemplos dados relacionados con el área de estudio y el programa correspondiente propiciaron una mejor formación social y profesional.

Incorporación del Diseño Universal de los Aprendizajes (DUA) en la unidad didáctica

La unidad didáctica permitió y facilitó el proceso enseñanza aprendizaje ya que todas las personas estudiantes tuvieron acceso al conocimiento a pesar de que pudieran existir barreras de aprendizaje, ya que considera aspectos generales de inclusión que tienen que ver con la implicación, las formas de representación, así como las de acción y expresión.

Además, se presenta la información escrita con tamaño adecuado y color oportuno y a la vez un video para dar otras opciones según la necesidad de la persona estudiante. El texto se alinea a la izquierda. Se proporciona tabla de contenidos que sirve como guía. Así mismo, en todos los niveles de la unidad didáctica la persona estudiante pudo autoevaluar su trabajo ya que cuenta con todas las soluciones de todos los ejercicios.

Los párrafos, cuadros, figuras, así como las fórmulas en la unidad didáctica se alinean a la izquierda para que puedan ser percibidos con más facilidad. Se presenta la información, en algunos casos de forma continua para facilidad en la percepción. Se utilizan cuadros y gráficos enumerados, se presenta un video, sin uso excesivo de negritas, se cuenta con buena calidad de audio y velocidad normal para facilitar su uso, con un lenguaje sencillo y ordenado y con un cuadro de solo dos columnas para facilitar el entendimiento, así mismo, se usa letra estandarizada y todo lo que se escucha aparece por escrito. Al video se puede acceder por medio de un URL o por medio de un código QR. El video cuenta también con ejercicios para realizar y verificar resultados.

La unidad didáctica está confeccionada con archivos en formato pdf y proporciona múltiples tipos de ejercicios que permiten, que más allá de los resultados numéricos, la persona estudiante pueda expresar con palabras las decisiones que se toman justificadas por un cálculo matemático o por observación, dando opción a que las personas estudiantes, puedan expresar según los resultados que se obtienen y que en comunidad con otros compañeros puedan adoptar formas de comunicación oportuna dando énfasis tanto a lo personal como a lo grupal.

La utilización de representaciones gráficas permitió que las soluciones fueran vistas en forma más sencilla.

La unidad didáctica emplea un lenguaje pertinente al contexto del estudiantado, pero a la vez se proyecta hacia diferentes disciplinas en las que también pueden aplicarse las pruebas de hipótesis. Cabe señalar que la selección de datos, al momento de resolver un problema, presenta un nivel de dificultad similar en distintos contextos; sin embargo, el uso de un lenguaje cercano al de los estudiantes resulta motivador y favorece la comprensión.

En la resolución de problemas se abordan distintos tipos de pruebas según la forma de la cola, dado que este aspecto fue identificado como una de las principales dificultades por parte del estudiantado. De este modo, aunque el procedimiento general para la solución de pruebas de hipótesis sobre la media es semejante en cuanto al cálculo del estadístico de prueba, la decisión final varía según el tipo de prueba planteada: cola izquierda, cola derecha o dos colas. Asimismo, la unidad didáctica incluyó ejercicios que permitieron a los estudiantes resolver y comprobar las soluciones, consolidando así el aprendizaje.

La unidad didáctica incluyó prácticas específicas en las que el estudiantado debía ubicar correctamente los valores de Z en la recta numérica, dado que este aspecto fue identificado como una de las principales dificultades en la investigación. Para atender esta necesidad, se presentaron ejercicios con representaciones gráficas que señalaban el punto crítico y ofrecían una serie de valores de Z , de manera que el estudiante pudiera decidir, según la ubicación de dichos valores, si el estadístico caía en la zona de rechazo o en la de no rechazo.

Asimismo, el recurso contempló diversas formas de resolución de problemas de pruebas de hipótesis: mediante la representación gráfica y el valor crítico, así como por medio del valor- p . Posteriormente, al resolver ejercicios utilizando el software de Bognar, el estudiantado pudo constatar la estrecha relación existente entre estos métodos de resolución, reforzando así la comprensión del procedimiento.

Conclusiones

La unidad didáctica para el desarrollo del tema de prueba de hipótesis sobre la media aritmética para los estudiantes del curso de Teoría Estadística de la Universidad Latina de Costa Rica sede San Pedro en el año 2023, fue elaborada tomando en cuenta los resultados de un diagnóstico previo realizado. En este diagnóstico se realizaron entrevistas a los profesores sobre las dificultades presentadas en este tema por parte de las personas estudiantes, se encontró que entre las dificultades estaban: problemas en distinción de un estadístico y de un parámetro, la selección del estadístico de prueba a utilizar, cálculo algebraico de dicho estadístico de prueba, procedimiento de cálculo del valor- p , cálculo y ubicación del valor crítico en la representación gráfica, así como la decisión de rechazar o no rechazar la hipótesis nula. Así mismo, se realizaron entrevistas y pruebas diagnósticas a las personas estudiantes, y los resultados coincidieron con las dificultades expuestas por los docentes.

Además de tomar en cuenta las necesidades manifestadas por los profesores y estudiantes entrevistados, el diseño de la unidad didáctica consideró los lineamientos del Diseño Universal del Aprendizaje y del EOS.

En la implementación de la unidad, los primeros tres capítulos contemplaron el repaso de la materia y el cuarto capítulo fue dedicado exclusivamente a la resolución de problemas de prueba de hipótesis utilizando el software de Bognar. El repaso propició que el estudiantado lograra la nivelación de conocimientos, por medio del trabajo de los temas y del desarrollo y solución de problemas con la utilización del software de Bognar. Por otra parte, con el capítulo cuatro, los estudiantes le dieron seguimiento a la clase impartida por el profesor, ya que lo que él explicó durante la clase lo tenían en la unidad didáctica, que consistió en la resolución de un problema de prueba de hipótesis sobre la media con Bognar.

El uso de los materiales elaborados en la unidad didáctica, como el video y los ejercicios en Pdf, facilitó diferentes formas de acceso al conocimiento, lo cual favoreció la inclusión y la comprensión de los conceptos.

Por otra parte, las personas estudiantes mostraron mucha motivación e interés mientras resolvían los problemas y así lo expresaron en sus comentarios. Esto mostró que la implementación de este tipo de unidades didácticas propicia la motivación en el estudio del tema de prueba de hipótesis para la media aritmética.

Aunado a esto, el uso de software en el aprendizaje del tema de pruebas de hipótesis para la media aritmética contribuye en el aprendizaje e interiorización de los conceptos involucrados, mostrando la relación entre la resolución manual y la computacional. La visualización gráfica permitió que el estudiantado pudiera comprender de una mejor manera aspectos como las zonas de rechazo y tipos de pruebas (dos colas, una cola izquierda o derecha).

Como líneas de investigación futura, se pueden desarrollar estudios en los cuales se realicen análisis comparativos entre grupos, en los cuales se pueda determinar de forma cuantitativa el impacto que puede tener la unidad didáctica propuesta en el estudio del tema de pruebas de hipótesis para la media aritmética.

Referencias

- Alba, C. (2019). Diseño universal para el aprendizaje: Un modelo teórico-práctico para una educación inclusiva de calidad. *Revista Participación Educativa*, 6(9), 55-66. <https://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/190783/Alba.pdf>
- Barba, J. J. (2013). La investigación cualitativa en educación en los comienzos del siglo XXI. En *Investigación cualitativa en educación musical* (pp. 23-38).
- Batanero, C. (2018). Treinta años de investigación didáctica sobre el análisis inferencial de datos. En A. Ávila (Ed.), *Rutas de la educación matemática* (pp. 186-199). Sociedad Mexicana de Investigación y Divulgación de la Educación Matemática. https://www.researchgate.net/publication/335527780_TREINTA_ANOS_DE_INVESTIGACION_DIDACTICA SOBRE_EL_ANALISIS_INFERENCIAL_DE_DATOS
- Bognar, M. (2021). Probability distribution applets. University of Iowa, Department of Statistics and Actuarial Science. <https://homepage.divms.uiowa.edu/~mbognar/>
- Breda, A., Font, V., Pino-Fan, L. R., & Villela, M. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Revista VARONA*, 66. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552018000200003
- Chance, B., Ben-Zvi, D., Garfield, J., & Medina, E. (2007). Technology innovations in statistics education. *Technology Innovations in Statistics Education*, 1(1). <https://escholarship.org/uc/item/8sd2t4rr>
- Freire, J., Páez, C., Núñez, M., Narváez, M., e Infante, R. (2018). El diseño curricular, una herramienta para el logro educativo. *Revista de la Sociedad Española para el Estudio de la Comunicación Iberoamericana (SEECi)*, 46, 223-243. <https://doi.org/10.15178/seeci.2018.46.223-243>
- Godino, J. D. (2022). Emergencia, estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática*, 2(2), e202201. <https://doi.org/10.54541/reviewm.v2i2.25>
- Hernández, W., Mahecha, J., y Mesa, F. (2023). Estrategias para la motivación en el aprendizaje: ¿Qué opinan estudiantes y maestros? *Revista de Investigación, Universidad Tecnológica de Pereira*. <https://doi.org/10.22517/25393812.25316>
- López, G. (2019). Aplicando las TIC en el aprendizaje de la enfermería profesional. *Revista Digital Universitaria*, 20(5). <http://doi.org/10.22201/codeic.16076079e.2019.v20n5.a8>

- López, M. (2020). La inferencia estadística en bachillerato: Análisis de las pruebas de acceso a la universidad y de los conocimientos de futuros profesores [Tesis doctoral, Universidad de Granada]. DIGIBUG. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/66672>
- López-Martín, M. M., Batanero, C., y Gea, M. M. (2018). La faceta cognitiva en el conocimiento de futuros profesores sobre el contraste de hipótesis. En L. J. Rodríguez-Muñiz et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 300-309). SEIEM. <http://funes.uniandes.edu.co/13863/1/Lopez-Martin2018La.pdf>
- Mellor, J., y Giménez, S. (2020). Una perspectiva de la educación matemática en Paraguay: Contribuciones desde la Universidad Nacional de Concepción. *Revista Paraguaya de Educación*, 9(1), 101-119. <https://doi.org/10.47133/rpde.v9.n1.2020.a26>
- Ministerio de Educación Pública. (2012). Programas de estudio de matemáticas. Gobierno de Costa Rica. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Moreno, A. (2017). Aplicación de las TIC para enseñanza de la metodología de la investigación y estadística descriptiva en el tema método científico para los alumnos de la facultad de odontología UNAM [Tesis de grado, Universidad Nacional Autónoma de México].
- Oddi, F. J., Aristimuño, F. J., Coulin, C., y Garibaldi, L. A. (2018). Ambigüedades en términos científicos: El uso del “error” y el sesgo en estadística. *Ecología Austral*, 28(3), 525-536. <https://doi.org/10.25260/EA.18.28.3.0.680>
- Quinto, C. Y., Mesa, M. L. C., Robelo, O. G., Rodríguez, E. B., y Tapia, J. M. (2022). Material didáctico para favorecer el aprendizaje de los contenidos de mayor complejidad en la estadística. *Revista Conrado*, 18(S4), 616-623.
- Ruiz, A., y López, J. (2020). Cómo mejorar la comunicación de estadísticos inferenciales en ciencias de la salud. *Revista Española de Comunicación en Salud*, 11(1), 139-145. <https://doi.org/10.20318/recs.2020.5173>