

## Opinión del estudiantado y la persona docente de la UNED, sobre los contenidos de mayor dificultad estudiados en las asignaturas de Cálculo Diferencial, durante el I semestre, del 2022 en las carreras de Enseñanza de la Matemática e Ingeniería Industrial

Gloriana Anchetta Meza <sup>1</sup>, Daniela Araya Román<sup>2</sup>, Eugenio Rojas Mora<sup>3</sup>, Rónald Sequeira Salazar<sup>4</sup> & Alejandro Salas Vargas<sup>5</sup>

1. Productora académica, Universidad Estatal a Distancia, Sabanilla, Costa Rica; [ganchetta@uned.ac.cr](mailto:ganchetta@uned.ac.cr)
2. Profesora tutora, Universidad Estatal a Distancia, Sabanilla, Costa Rica; [daaraya@uned.ac.cr](mailto:daaraya@uned.ac.cr)
3. Encargado de cátedra, Universidad Estatal a Distancia, Sabanilla, Costa Rica; [eurojas@uned.ac.cr](mailto:eurojas@uned.ac.cr)
4. Director de Escuela Universidad Estatal a Distancia, Sabanilla, Costa Rica; [rsequeira@uned.ac.cr](mailto:rsequeira@uned.ac.cr)
5. Encargado de cátedra, Universidad Estatal a Distancia, Sabanilla, Costa Rica; [asalasv@uned.ac.cr](mailto:asalasv@uned.ac.cr)

**ABSTRACT:** The objective of this paper is to analyze the opinion of the students and teachers of the Mathematics Teaching and Industrial Engineering program on the topics considered most difficult in Differential Calculus. The study was carried out during the first semester of 2022 in subjects that have common content, and the results will be used in the development of learning strategies using digital teaching resources, so that learning is improved through a new pedagogical mediation. The development of learning strategies has theoretical support in the distance education model, which includes the role of the actors in the educational process in virtual environments. To collect the information, a questionnaire was applied to the students and an interview was carried out with the teachers who develop the pedagogical mediation of the subjects in question. Among the main findings is that the study samples agree that the topic trigonometric limits correspond to the most difficult one, therefore the development of a digital teaching resource is recommended to develop a new pedagogical mediation.

**Key words:** pedagogical mediation, digital teaching resources, learning strategies, differential calculus.

**RESUMEN:** Esta ponencia tiene por objetivo analizar la opinión del estudiantado y de la persona docente de la carrera de Enseñanza de las Matemáticas e Ingeniería Industrial sobre las temáticas consideradas de mayor dificultad en Cálculo Diferencial. El estudio fue realizado durante el I semestre de 2022 en asignaturas que tienen contenidos comunes, y los resultados serán empleados en la elaboración de estrategias de aprendizaje utilizando recursos didácticos digitales, para que mediante una nueva mediación pedagógica se mejore el aprendizaje. La elaboración de las estrategias de aprendizaje tiene el sustento teórico en el modelo de educación a distancia, donde se incluye el rol de los actores del proceso educativo en los entornos virtuales. Para recolectar la información se aplicó un cuestionario al estudiantado y una entrevista a las personas docentes que desarrollan la mediación pedagógica de las asignaturas en mención. Dentro de los principales hallazgos, está que las muestras de estudio coinciden en que el tema límites trigonométricos corresponde al de mayor dificultad por lo tanto se recomienda la elaboración de un recurso didáctico digital para desarrollar una nueva mediación pedagógica.

**Palabras clave:** mediación pedagógica, recursos didácticos digitales, estrategias de aprendizaje, cálculo diferencial.

## INTRODUCCIÓN

La Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica (UNED), es una institución que tiene su oferta académica en una modalidad a distancia y cuenta con carreras en las áreas de Tecnología y Ciencias. Un alto porcentaje de la mediación pedagógica de los contenidos se lleva a cabo en el entorno virtual Moodle con el apoyo de los recursos tecnológicos.

Las carreras de Enseñanza de la Matemática e Ingeniería Industrial de la Escuela de Ciencias Exactas y Naturales (ECEN), poseen, una amplia oferta de asignaturas de matemáticas que incluyen temáticas de Cálculo Diferencial e Integral. A pesar del apoyo brindado por el profesorado durante el proceso educativo, el rendimiento académico en estas asignaturas no ha sido el esperado en los últimos años.

En la carrera Enseñanza de la Matemática, el Cálculo Diferencial se estudia en la asignatura con código 03427, mientras que, en la carrera de Ingeniería Industrial, se aborda en Cálculo I, con código 03335.

Ante las dificultades de aprendizaje evidenciadas por el estudiantado de las dos carreras, se decidió plantear un proyecto de investigación y docencia con el propósito de contribuir a la solución de la problemática. La iniciativa tiene una primera parte de diagnóstico y la segunda de elaboración de estrategias didácticas para mediar los temas considerados de mayor dificultad por el estudiantado y las personas docentes. En este artículo, se describe un avance de dicho proyecto con los resultados del diagnóstico realizado. El objetivo general es: analizar los contenidos de Cálculo Diferencial con mayor dificultad de aprendizaje en la persona estudiante de las cátedras de Matemáticas Intermedias y Matemática para la Ingeniería y el Cálculo durante el I semestre de 2022. Además, como objetivos específicos se plantean los siguientes:

- Describir la opinión del estudiantado de la carrera Ingeniería Industrial y Enseñanza de la Matemática sobre temáticas de mayor dificultad en Cálculo Diferencial durante el I semestre del 2022.
- Describir la opinión del profesorado de las cátedras Matemáticas Intermedias y Matemática para la Ingeniería y el Cálculo sobre las temáticas de mayor dificultad en Cálculo Diferencial.
- Establecer las temáticas comunes de difícil comprensión, para el estudiantado de la carrera Ingeniería Industrial y Enseñanza de la Matemática, durante el I semestre del 2022.
- Argumentar la elaboración de recursos didácticos para desarrollar una mediación pedagógica en temáticas de mayor dificultad en Cálculo Diferencial, tanto en la carrera Ingeniería Industrial y en Enseñanza de la Matemática.

El proyecto incluye primero realizar una consulta al estudiantado y a la persona docente de estas asignaturas sobre los temas que presentan mayor dificultad.

Las consultas a las personas docentes se realizaron por medio de una entrevista virtual en la cual expresan abiertamente su opinión sobre las problemáticas presentadas en las asignaturas de Cálculo y sus eventuales causas. Por otra parte, la información del estudiantado se recolectó por medio de un cuestionario donde se agruparon los contenidos por temáticas y el estudiante opinó sobre su nivel de comprensión de cada tema.

Estos dos insumos sirvieron para establecer cuáles contenidos requieren mayor atención y luego dada su naturaleza, seleccionar los apoyos tecnológicos para iniciar la elaboración de las estrategias didácticas que permitan mejorar el aprendizaje en estos temas.

## MARCO TEÓRICO

El marco teórico de esta investigación incluye aspectos que tienen relación con la mediación pedagógica en un modelo de educación a distancia, los recursos didácticos, el rol de estudiante y de la persona docente en los entornos virtuales.

- **Mediación pedagógica en el modelo de la educación a distancia**

Con la mediación pedagógica se busca ofrecer información accesible, clara y organizada, con el fin de que la persona estudiante comprenda de forma general hacia donde se dirige, a su vez encuentre sentido del orden en que se presentan los contenidos y esto le permita lograr su autoaprendizaje.

Gutiérrez y Prieto (2004), citados por Londoño et al. (2023), señalan que la mediación pedagógica corresponde al “tratamiento de contenidos y de las formas de expresión de los diferentes temas a fin de hacer posible el acto educativo, dentro del horizonte de una educación concebida como participación, creatividad, expresividad y racionalidad” (p. 288). Así, se tiene que la mediación pedagógica refiere una acción intencionada hacia el logro del aprendizaje, que debe considerar en caso de la educación a distancia, no solo el discurso educativo docente, sino también aquel que se expone en los materiales, las actividades e instrucciones.

Luego, Gutiérrez y Prieto, citados por Calvo y Salas (2017) plantean tres fases en la mediación pedagógica: desde el tema, el aprendizaje y la forma. La primera que considera la mediación desde el tema que refiere al tratamiento del contenido, el discurso pedagógico e incluso el lenguaje utilizado. La segunda incluye la elección o desarrollo de procedimientos adecuados para que el autoaprendizaje se convierta en un acto educativo; y finalmente desde la forma se consideran elementos como el atractivo, expresividad, originalidad y coherencia que pueda lograrse para compartir y dar sentido a las ideas que se exponen.

Entonces, la mediación pedagógica en un modelo de educación a distancia debe estar presente en el diseño y desarrollo de todo el proceso formativo (materiales, estrategias de aprendizaje y comunicación), y debe propiciar en el estudiantado habilidades de autorregulación y comunicativas.

Particularmente en el modelo pedagógico de la UNED, se tiene que la mediación pedagógica de un modelo a distancia se enfoca en la persona estudiante y busca atender las exigencias más urgentes que se presentan actualmente, dentro de las cuales se incluye (UNED, 2005, p.6):

- La autonomía y el aprender a aprender.
- Competencias intelectuales, sociales, personales y profesionales.
- Habilidades para encontrar, seleccionar y transformar información en conocimiento relevante para la formación personal y la transformación social.
- Ética personal y compromiso social.

Además, este modelo busca brindar calidad, excelencia y exigencia académica en todos sus programas y establecer los papeles que deben cumplir

el estudiante, como actor principal; la docencia, en la cual la persona docente institucional como figura individual se desdobra en un conjunto de funciones que llevan a cabo varias personas; y los contenidos, con un énfasis en la forma como se ponen en contacto con el estudiante, es decir, cómo se mediatiza la relación entre el estudiante y el conocimiento. (UNED, 2005, p, 12).

- **Recursos digitales como medio de apoyo a la enseñanza.**

Las tecnologías representan un gran apoyo en el aprendizaje debido a la versatilidad que poseen, pues permiten presentar el conocimiento de distintas formas, generando una gama de posibilidades para el proceso formativo, favoreciendo la comunicación tanto en sentido de tiempo como de distancia.

La introducción de las nuevas tecnologías consiste en el diseño y uso de estrategias en el proceso formativo, lo cual no debe significar únicamente un cambio de recurso, “si no que debe suponer un cambio en la metodología a seguir para así obtener un máximo rendimiento y los mayores beneficios de estas herramientas” (Córlica et al., 2010, p.38).

Sin embargo, responder verdaderamente al desafío de la aplicación de las tecnologías de la información y la comunicación va más allá de implementar el uso de estas, pues como lo advierte Salinas (2004), es necesario promover experiencias innovadoras en los procesos de enseñanza aprendizaje, apoyándose en las TIC y haciendo énfasis en la docencia, en los procesos de innovación docente en lugar de enfatizar la disponibilidad y las potencialidades de las tecnologías.

- **Rol de la persona estudiante en la virtualidad**

Respecto al rol de la persona estudiante en ambientes educativos virtuales, este asume un papel protagónico, debido a que la construcción del conocimiento se alcanza cuando se da la capacidad de autogestión, el auto aprendizaje mediante la exploración, un análisis crítico y la capacidad de trabajar en forma colaborativa; esta última con la notabilidad de que puede lograr interacción con los otros y le direcciona hacia el accionar con ética (Rizo, 2020).

Entonces, en un ambiente de aprendizaje mediado con tecnología, el rol de la persona estudiante se relaciona con un conjunto de comportamientos y normas que este debe asumir como actor del proceso educativo (Rugeles et al., 2015).

Autores como Mora y Salazar (2019) coinciden en el señalamiento de algunas características en el rol de la persona estudiante, tales como la autodisciplina, el autoaprendizaje y la capacidad de realizar trabajo colaborativo. La primera se refiere a la capacidad para distribuir el tiempo considerando la flexibilidad que existe, la segunda considera la habilidad para razonar y argumentar acciones que facilitan el desarrollo integral de la persona estudiante y de su proceso formativo; y finalmente, en la tercera se busca potenciar el intercambio de conocimiento, enriqueciendo las experiencias y fortaleciendo los aprendizajes individuales y el desarrollo de habilidades comunicativas y el desarrollo de destrezas (Rizo, 2020).

La persona estudiante, convive en casi cualquier espacio de su vida cotidiana con la tecnología, y esto le permite el acceso a la información, por lo que el aprendizaje no lo asocian a un espacio como el aula ni a la figura de la persona docente (Mora y Salazar, 2019).

- **Rol de la persona docente en la virtualidad**

La figura docente en un modelo virtual, según distintos autores, debe ser la de un guía o mediador para que la persona estudiante establezca conexiones con sus compañeros y para que adquiera las competencias que le permitan discernir entre la información que tiene a disposición (la útil o conveniente). (Rizo, 2020).

Respecto a esto, aunque la mayoría del estudiantado opera la tecnología, no necesariamente lo hacen de forma correcta cuando se trata de analizar la información encontrada y es aquí donde la persona docente debe intervenir para enseñarles cómo sacar provecho de lo que ya saben y continuar aprendiendo (Viñals y Cuenca, 2016).

En el modelo presencial, generalmente la tarea de la persona docente consiste en emplear alguna estrategia de aprendizaje para enseñar un nuevo conocimiento; sin embargo, a través de un modelo virtual, se debe considerar que la persona estudiante tiene a su alcance gran cantidad de información que podría presentarse incluso de una forma más atractiva, y por ello es importante que la persona docente no solo aporte la explicación sino que guíe y recomiende al estudiantado sobre cómo utilizar los recursos que facilita la tecnología y mantenga una constante comunicación para identificar dificultades.

Es decir, la persona docente debe reflexionar sobre las posibilidades que existen para atender una determinada temática, y considerar lo que piensa el estudiantado, siente, desea o le motiva; pues así no solo se diseñarían mejores ambientes de aprendizaje, sino que habría mayores posibilidades de practicar una docencia más

reflexiva y elaborar estrategias de aprendizaje más adecuadas a los contextos de formación (Mora y Piedra, 2015).

Algunas investigaciones enmarcan el rol de la persona docente como creador de ecologías de aprendizaje, donde se enseña a la persona estudiante a crear su propio entorno para aprender. Por ejemplo, Abrio y Hurtado (2017) consideran que la persona docente debe ser más que solo un experto en la materia que imparte, sino que también debe cumplir otras funciones como ser facilitador y figura de apoyo de entornos de aprendizaje. Indican, además, que al igual que el estudiantado, las personas docentes deben tener la capacidad y disposición de aprender a aprender, considerando que en un modelo virtual pueden existir múltiples escenarios y gran diversidad en el estudiantado.

## **METODOLOGÍA**

La consulta a la persona estudiante en la etapa de diagnóstico se realizó utilizando el instrumento cuestionario, propio de la investigación cuantitativa y con el profesorado se aplicó la entrevista no guiada, técnica de la investigación cualitativa. Esta combinación de enfoques es muy utilizada en estudios en donde una de las poblaciones es pequeña y la otra más numerosa.

En total, las personas docentes entrevistadas fueron 8, que corresponde al 100% de profesionales de ambas cátedras que han impartido asignaturas de Cálculo para las carreras de Enseñanza de la Matemática e Ingeniería Industrial. De estos, tres laboran en las cátedras Matemáticas Intermedias y cinco en la cátedra Matemáticas para Ingeniería y el Cálculo de la carrera de Enseñanza de la Matemática. En la cátedra de Matemáticas Intermedias dos personas docentes tienen 12 años de experiencia y el otro cuatro. En relación con los de la cátedra de Matemática para Ingeniería y Cálculo, cuentan con dos, cuatro, ocho, diez y diecisiete años de experiencia en las cátedras de Matemática de la UNED. Todo el profesorado ha impartido diversas asignaturas de Matemática, entre estas Cálculo Diferencial e Integral.

Por su parte, el estudiantado encuestado fue de 21 en Cálculo Diferencial (03427) que corresponde al 50% de la matrícula de la asignatura y 17 de Cálculo I (03335) con un 51,1% de participación en el estudio.

La población encuestada proviene de las distintas Sedes Universitarias de la UNED en todo el territorio nacional, siendo las sedes de San José y Cartago las que tienen más matrículas en Cálculo Diferencial y en Cálculo I: San José y Alajuela.

## ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El análisis de resultados se compone de dos apartados: el análisis de las entrevistas realizadas a las personas docentes y a los cuestionarios aplicados al estudiantado de ambas asignaturas.

### **Análisis de las entrevistas realizadas a docentes de Matemáticas de las cátedras Matemáticas Intermedias y Matemática para la Ingeniería y Cálculo**

En la entrevista con el profesorado la primera pregunta proporciona información sobre la experiencia de estos profesionales en la UNED y las restantes fueron sobre dificultades del estudiantado en las temáticas Límites, Continuidad, Derivadas y Aplicaciones de las Derivadas y sus posibles razones.

En las respuestas relacionadas con el tema de límites, el profesorado ha resaltado dos temáticas con dificultades de aprendizaje: la definición formal del límite y los límites trigonométricos.

En relación con el primero coinciden en que la definición formal de límite es un tema que presenta dificultades de aprendizaje. Como posibles causas indican que el tema es árido, y requiere de una adecuada mediación pedagógica donde se utilicen las gráficas y ejemplos que permitan al estudiante comprender el significado de esta definición.

Por otro lado, también indicaron que el contenido límites trigonométricos se le dificulta al estudiantado de ambas carreras. Entre las temáticas citadas están: identidades trigonométricas, ecuaciones trigonométricas y su solución en el conjunto de los números reales, además de la aplicación de teoremas y el cálculo de límites, por lo cual consideran necesario elaborar apoyos didácticos con recursos digitales.

En relación con el tema de continuidad no consideran que sea prioridad el diseño de algún recurso didáctico en esta temática. No obstante, cinco docentes indicaron que, para el estudio de los teoremas de continuidad, se puede utilizar el software con materiales elaborados en GeoGebra, tanto para continuidad en un intervalo como para la continuidad en un punto.

Respecto al tema de derivadas, el profesorado coincide en que los contenidos de mayor dificultad de aprendizaje son el concepto de derivada y la Regla de la Cadena. La dificultad en el concepto de derivada podría ser una falta de integración entre la parte gráfica y la parte algebraica, por otra parte, la problemática de la Regla de la Cadena la asocian con falta de comprensión del concepto composición de funciones que se estudia en secundaria y en asignaturas previas a Cálculo Diferencial. En relación con el concepto derivada la recomendación general es

realizar un material didáctico interactivo con el software GeoGebra, donde medie pedagógicamente la parte gráfica que ayude a la comprensión del concepto algebraico y a la resolución de los problemas. Para la Regla de la Cadena sugieren retomar el concepto de composición de funciones o fortalecer su estudio en las asignaturas previas a Cálculo.

Finalmente, sobre tema aplicaciones a la derivada, las personas docentes coinciden en que el contenido de mayor dificultad de aprendizaje corresponde a razones de cambio, y consideran que puede asociarse a un problema de aprendizaje en los conocimientos previos requeridos. Además, dos personas docentes opinan que es un contenido que involucra diversidad de conceptos y que su complejidad es debido a que el análisis es diferente en cada caso. También, dos contenidos mencionados como de difícil comprensión son los problemas de optimización y la graficación.

Tanto para el contenido razones de cambio y para los problemas de optimización, las personas docentes mencionaron que en general la resolución de problemas siempre se les dificulta al estudiantado ya que requiere una comprensión más elevada y el uso de herramientas adecuadas en su resolución. Las recomendaciones para fortalecer el aprendizaje de estos temas incluyen la elaboración de recursos en GeoGebra y el diseño de audiovisuales. En cuanto a esta temática, los académicos del proyecto valorarán acciones adicionales a las planteadas por el profesorado, ya que por lo expresado es considerado un problema complejo, debido a que en primera instancia se encuentra la resistencia y disposición del estudiantado para enfrentar la tarea de resolver problemas y luego la adecuada integración de los contenidos de cálculo en forma apropiada.

En resumen, para el profesorado entrevistado los contenidos prioritarios para elaborar material didáctico son: cálculo de límites trigonométricos, el concepto de derivada, la regla de la cadena y razones de cambio relacionadas. En segunda instancia se recomienda el diseño de recursos didácticos para los contenidos; continuidad en un intervalo y en un punto, teoremas sobre continuidad, problemas sobre optimización y graficación de funciones.

### **Análisis de los cuestionarios realizados al estudiantado de las cátedras Matemáticas Intermedias y Matemática para Ingeniería y Cálculo**

En primera instancia, se les consultó a la persona estudiante sobre el nivel de comprensión de los contenidos de la temática límites. Los resultados de esta consulta se encuentran resumidos en la tabla 1:

**Tabla 1**

Porcentaje de opiniones del estudiantado en las asignaturas Cálculo Diferencial (PAC<sup>1/</sup> 2022-3) y Cálculo I (PAC 2022-1) sobre el nivel de comprensión de la unidad temática límites.

Temática	Muy bueno		Bueno		Deficiente		Muy deficiente		No lo estudió	
	03427 <sup>a/</sup>	03335 <sup>b/</sup>	03427	03335	03427	03335	03427	03335	03427	03335
Concepto de límite de una función	61,90	35,29	38,10	41,18	0,00	23,53	0,00	0,00	0,00	0,00
La no existencia del límite	61,91	29,41	28,57	52,94	9,52	17,65	0,00	0,00	0,00	0,00
Teoremas básicos del límite de una función	47,62	11,77	47,62	47,06	0,00	35,29	4,76	0,00	0,00	5,88
Cálculo de límites de algunas formas indeterminadas	47,62	11,77	33,33	52,94	14,29	35,29	4,76	0,00	0,00	0,00
Límites infinitos y límites al infinito	47,62	17,65	38,09	35,29	14,29	47,06	0,00	0,00	0,00	0,00
Asíntotas verticales y asíntotas horizontales	38,10	0,00	52,38	58,82	9,52	41,18	0,00	0,00	0,00	0,00
Límites trigonométricos	23,81	0,00	42,86	41,18	28,57	47,06	4,76	5,88	0,00	5,88

Nota. a/ Corresponde al código de la asignatura: Cálculo Diferencial

Nota. b/ Corresponde al código de la asignatura: Cálculo I

Nota. 1/ Periodo Académico

**Fuente:** Cátedra de Matemática Intermedias y Cátedra para la Ingeniería y el Cálculo

De la tabla 1, se puede observar, que la mayoría del estudiantado de la asignatura Cálculo Diferencial, opina que la temática de menor comprensión son los Límites Trigonométricos, con un 28,57% de opiniones deficiente y un 4,76% muy deficiente. También, para los de Cálculo I este mismo contenido es el que más se les dificulta, pero aquí los porcentajes aumentan considerablemente, el 47,06% indica deficiente y 5,88% muy deficiente. Esto coincide con lo afirmado por el profesorado en las entrevistas, donde señalan que hay una problemática en el aprendizaje de límites trigonométricos la cual asocian a la falta de conocimientos previos en esta asignatura.

Se destacan otras problemáticas de relevancia en la asignatura Cálculo I, dificultades de comprensión en temas como: como: los teoremas básicos del límite de una función, el cálculo de límites en algunas formas indeterminadas, límites infinitos y al infinito, así como asíntotas verticales y horizontales, presentando porcentajes de respuesta deficiente en el rango del 35,29% al 47,06%. Esto contrasta con la situación en Cálculo Diferencial, donde los índices en esta categoría de respuesta, en estas áreas varían del 0% al 14,29%.

Seguidamente en la tabla 2, se muestran los resultados para el tema de continuidad:

**Tabla 2**

Porcentaje de opiniones del estudiantado en las asignaturas Cálculo Diferencial (PAC<sup>1/</sup> 2022-3) y Cálculo I (PAC 2022-1) sobre el nivel de comprensión de la unidad temática continuidad.

Recurso y uso	Muy bueno		Bueno		Deficiente		Muy deficiente		No lo estudió	
	03427 <sup>a/</sup>	03335 <sup>b/</sup>	03427	03335	03427	03335	03427	03335	03427	03335
Funciones continuas en un punto	42,86	23,53	47,62	47,06	4,76	29,41	4,76	0,00	0,00	0,00
Propiedades de las funciones continuas	42,86	17,65	42,86	47,06	9,52	29,41	4,76	0,00	0,00	5,88
Continuidad en un intervalo	42,86	17,65	47,62	41,18	4,76	35,29	4,76	0,00	0,00	5,88

Nota. a/ Corresponde al código de la asignatura: Cálculo Diferencial

Nota. b/ Corresponde al código de la asignatura: Cálculo I

Nota. 1/ Periodo Académico

**Fuente:** Cátedra de Matemática Intermedias y Cátedra para la Ingeniería y el Cálculo

En esta unidad temática los resultados obtenidos en Cálculo I en las categorías deficiente y muy deficiente se encuentran entre 29,41% y 35,29% contrastando con las de Cálculo Diferencial que se encuentran entre 9,52% y 14,18%. Esto último era lo esperado, ya que el profesorado había manifestado que estas temáticas no las consideraban tan complejas como otras.

También, en este tema destacan dos respuestas dadas por personas estudiantes de la asignatura Cálculo I que indicaron que en la asignatura no estudiaron los contenidos propiedades de las funciones continuas y continuidad en un intervalo, lo cual es inesperado ya que el contenido se desarrolló, situación verificada con las respuestas del resto del grupo.

Con respecto al tema de derivación, en la tabla 3 se muestran los resultados.

**Tabla 3**

*Porcentaje de opiniones del estudiantado en las asignaturas Cálculo Diferencial (PAC<sup>1/</sup> 2022-3) y Cálculo I (PAC 2022-1) sobre el nivel de comprensión de la unidad temática derivación*

Recurso y uso	Muy bueno		Bueno		Deficiente		Muy deficiente		No lo estudió	
	03427 <sup>a/</sup>	03335 <sup>b/</sup>	03427	03335	03427	03335	03427	03335	03427	03335
Concepto de derivada	61,91	58,82	33,33	23,53	4,76	17,65	0,00	0,00	0,00	0,00
Diferenciación y continuidad	61,91	41,18	33,33	41,17	4,76	17,65	0,00	0,00	0,00	0,00
Teoremas sobre derivadas	52,38	35,29	33,33	23,53	14,29	41,18	0,00	0,00	0,00	0,00
Derivación Implícita	42,86	29,41	42,86	29,41	14,28	41,18	0,00	0,00	0,00	0,00
Derivadas de orden superior	33,33	29,41	47,62	29,41	14,29	41,18	4,76	0,00	0,00	0,00

Nota. a/ Corresponde al código de la asignatura: Cálculo Diferencial

Nota. b/ Corresponde al código de la asignatura: Cálculo I

Nota. 1/ Periodo Académico

**Fuente:** Cátedra de Matemática Intermedias y Cátedra para la Ingeniería y el Cálculo

En los contenidos teoremas sobre derivadas, derivación implícita y las derivadas de orden superior se evidencia que ambos grupos manifiestan en sus respuestas una comprensión deficiente, presentándose porcentajes más altos en Cálculo I. Si se toman en cuenta la suma de categorías deficiente y muy deficiente, la diferencia entre ambos grupos en teoremas sobre derivadas y derivación implícita es de 26.89% y en derivadas de orden superior es de 31.65%.

Comparando con la opinión del profesorado referente a este tema, se puede afirmar que hay discrepancia en relación con el estudiantado, ya que los primeros se centran en que el tema con más dificultad de aprendizaje es la Regla de la Cadena incluida en la temática de derivadas. Una posible razón es que la persona estudiante considere la dificultad de este contenido de manera implícita, pues se aborda en las tres temáticas que ellos citaron.

También, de la tabla 3, se desprende que el estudiantado de Cálculo Diferencial en un 95.24% indica que la comprensión de los temas sobre conceptos de derivadas, diferenciación y continuidad es buena o muy buena, lo cual es considerado como positivo, sobre todo por la importancia de estos temas para un profesional de la Enseñanza de la Matemática.

Seguidamente en la tabla 4, se muestran los resultados para el tema de aplicaciones a la derivación:

**Tabla 4**

Porcentaje de opiniones del estudiantado en las asignaturas Cálculo Diferencial (PAC<sup>1/</sup> 2022-3) y Cálculo I (PAC 2022-1) sobre el nivel de comprensión de la unidad temática aplicaciones a la derivación.

Recurso y uso	Muy bueno		Bueno		Deficiente		Muy deficiente		No lo estudió	
	03427 <sup>a/</sup>	03335 <sup>b/</sup>	03427	03335	03427	03335	03427	03335	03427	03335
Tangente y normal a una curva	33,33	5,88	42,86	52,94	19,05	41,18	4,76	0,00	0,00	0,00
Razones de cambio relacionadas	33,33	23,53	42,86	41,18	14,29	29,41	9,52	5,88	0,00	0,00
Diferencial de una función	28,57	11,77	57,14	35,29	9,53	35,29	4,76	11,77	0,00	5,88
Valor máximo o mínimo de una función	57,14	17,65	38,10	58,82	4,76	17,65	0,00	5,88	0,00	0,00
Intervalos de monotonía y concavidad de una función	52,38	11,76	33,33	64,71	9,53	17,65	4,76	5,88	0,00	0,00
Gráfica de una función	57,15	11,77	33,33	52,94	4,76	29,41	4,76	5,88	0,00	0,00

Nota. a/ Corresponde al código de la asignatura: Cálculo Diferencial

Nota. b/ Corresponde al código de la asignatura: Cálculo I

Nota. 1/ Periodo Académico

**Fuente:** Cátedra de Matemática Intermedias y Cátedra para la Ingeniería y el Cálculo

Para el estudiantado de Cálculo I las tres temáticas con más respuestas deficiente y muy deficiente son: diferencial de una función con 47.06%, tangente y normal a una curva con 41.18%, además, razones de cambio relacionadas y gráfica de una función, ambas con 35.29%. De nuevo los porcentajes vuelven a ser más bajos en el estudiantado de Cálculo Diferencial y solamente destacan dos contenidos con porcentajes significativos de respuestas deficiente y muy deficiente: tangente y normal a una curva y razones de cambio relacionadas, ambas con 23.81%.

Realizando una comparación de lo expresado por el estudiantado en relación con el profesorado, se evidencia una coincidencia en la temática razones de cambio relacionadas, esta temática tiene la complejidad de que hay que resolver problemas propios de la Matemática aplicados diversas áreas del saber, lo cual ocasionaría una dificultad que trasciende el aprendizaje del concepto.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De lo expresado anteriormente, se desprenden las siguientes conclusiones:

1. Los porcentajes de respuestas en la categoría deficiente y muy deficiente es mayor en el estudiantado de la carrera Ingeniería Industrial que en Enseñanza de la Matemática, en algunos temas la diferencia llega a ser de más de 30%.
2. En la temática límites, tanto el profesorado como el estudiantado coinciden en que los trigonométricos son los que presentan mayor dificultad.
3. Las opiniones del estudiantado de la asignatura Cálculo I de la carrera Ingeniería Industrial sobre la comprensión de las temáticas en el tema de continuidad tienen más respuestas en la categoría deficiente y muy deficiente, en relación con los de la carrera Enseñanza de la Matemática. No obstante, por los porcentajes obtenidos en esta categoría, inferiores al 36% en el primer grupo y al 15% en el segundo, podría indicarse que es la temática que menores problemas de comprensión tiene, lo cual es reafirmado en las respuestas del profesorado.
4. Las personas estudiantes de ambas carreras coinciden que los contenidos donde la comprensión ha sido más deficiente en derivación son: los teoremas sobre derivadas, la derivación implícita y las derivadas de orden superior. Por su parte, en esta misma temática, el profesorado difiere, señalando que son el concepto de derivación y la Regla de la Cadena. No obstante, esta discrepancia, ambas opiniones se podrían analizar como un complemento, ya que los contenidos respondidos por el profesorado son base para comprender las temáticas que contestó el estudiantado.
5. En la temática aplicación a la derivación, el estudiantado de ambas carreras indicó que los contenidos tangente y normal a una curva y razones de cambio relacionadas, son dos contenidos de deficiente comprensión, por su parte el profesorado reafirma las dificultades de aprendizaje en el tema razones de cambio relacionadas.

Ante lo descrito en el análisis de resultados y en las conclusiones se plantea la siguiente recomendación para el accionar del proyecto:

Elaborar apoyos didácticos digitales en los contenidos Límites Trigonométricos, Derivadas (de orden superior e implícita) y Razones de cambio relacionadas para las asignaturas Cálculo Diferencial y Cálculo I. Estos apoyos deberán desarrollar algunos conceptos previos básicos y otras temáticas de Cálculo Diferencial, tendrán diversidad de elementos gráficos y servirá para la mediación pedagógica de estos contenidos, tanto en la cátedra de Matemáticas Intermedias, así como en la de Matemática para la Ingeniería y el Cálculo.

**REFERENCIAS**

- Abrio, A. y Hurtado, S. (2017). ¿Hacia dónde va el rol del docente en el siglo XXI? Estudio comparativo de casos reales basados en las teorías constructivistas y colectivista. *Hekademos: revista educativa digital*, (22), 84-92. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es/download/articulo/6280736.pdf>
- Calvo, X. y Salas, N. (2017) *Mediación pedagógica en entornos virtuales*. En A. Umaña, I. Salas y V. Berrocal (Eds.), Consideraciones para el diseño y oferta de asignaturas en línea (pp. 41-52). San José Costa Rica: EUNED.
- Córica, J., Portalupi, C., Hernández, M. y Bruna, A. (2010). *Fundamentos del diseño de materiales para educación a distancia*. Mendoza: Editorial Virtual Argentina.
- Londoño, E., Roldán, N, Puerta, C., Tobón, E., y Vélez, R. (2023). Reflexiones sobre la articulación de enfoques pedagógicos y mediaciones pedagógicas en educación universitaria virtual. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (69), 276-305. <https://www.doi.org/10.35575/rvucn.n69a11>
- Mora, A.M. y Piedra, L. (2015) *Teoría de la mente y las neuronas espejo*. Guía de Trabajo 2. Introducción a las ciencias cognoscitivas una visión desde la psicopedagogía. Maestría en Psicopedagogía. Universidad Estatal a Distancia.
- UNED (2005). Modelo pedagógico. Recuperado de <http://estatico.uned.ac.cr/paa/pdf/Materiales-autoev/24.pdf>
- Viñals, A. y Cuenca, J. (2016). El rol del docente en la era digital. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*. Recuperado de <https://www.redalyc.org/jatsRepo/274/27447325008/html/index.html>
- Rizo, M. (2020). Rol del docente y estudiante en la educación virtual. *Revista Multi-Ensayos*, 6(12),28-37. COI: <https://doi.org/10.5377/multiensayos.v6i12.10117va>
- Rugeles, P., Mora, B. y Metaute, P.(2015). El rol del estudiante en los ambientes educativos mediados por las TIC. *Revista Lasallista de Investigación*, 12(2). pp. 132-138
- Salinas, J. (2004). Innovación docente y uso de las TIC en la enseñanza universitaria. *Revista de Universidad y Sociedad del conocimiento*, 1 (1).