

## Fortaleciendo el conocimiento didáctico matemático de futuros docentes de secundaria en entornos prácticos desde su formación inicial.

Berny Francisco Salas-Solano<sup>1</sup>

1. Profesor, Universidad de Costa Rica y Universidad Estatal a Distancia, San José, Costa Rica; [berny.salassolano@ucr.ac.cr](mailto:berny.salassolano@ucr.ac.cr); [bsalas@uned.ac.cr](mailto:bsalas@uned.ac.cr)

**ABSTRACT:** A proposed curricular restructuring is described in two courses of the Mathematics Teaching career plan of the University of Costa Rica, in order to promote in future teachers, the reflection, application and socialization of aspects related to Didactic Content Knowledge, to opt for the Master's degree in Curriculum Planning. The methodology, framed in Action Research, includes diagnostic and perception questionnaires, focus groups, documentary analysis and expert validation. The Mathematics Teacher Specialized Knowledge (MTSK) is proposed as an analysis framework, and the Japanese Class Study as a training methodology. The results indicate the link between Mathematical Knowledge and Didactic Knowledge. It is suggested to guide the curricular design and training processes of future Mathematics teachers considering a gradual and increasing immersion in secondary classrooms.

**Key words:** University curriculum, secondary school teacher training, teaching and training, pedagogical practice, skills development, mathematics.

**RESUMEN:** Se describe una reestructuración curricular propuesta en dos cursos del plan de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica, con el fin de promover en los futuros docentes la reflexión, aplicación y socialización de aspectos relativos al Conocimiento Didáctico del Contenido, para optar por el título de Máster en Planificación Curricular. La metodología, enmarcado en la Investigación Acción, contempla cuestionarios de diagnóstico y percepción, grupos focales, análisis documental y validación de expertos. Se propone el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), como marco de análisis, y el Estudio de Clase Japonés como metodología de formación. Los resultados indican la vinculación existente entre el Conocimiento Matemático y El Conocimiento Didáctico. Se sugiere orientar el diseño curricular y los procesos formativos de los futuros profesores de Matemáticas considerando una paulatina y creciente inmersión en las aulas de secundaria.

**Palabras clave:** Plan de estudios universitarios, formación de docentes de secundaria, enseñanza y formación, práctica pedagógica, desarrollo de habilidades, matemáticas.

## INTRODUCCIÓN

Los Informes del Estado de la Educación han apuntado de forma reiterada, por un lado, los escasos rendimientos estudiantiles en pruebas internacionales que evalúan la alfabetización matemática de los adolescentes (Montero, Rojas, Zamora, & Rodino, 2012; Montero, Rojas, & Zamora, 2014; Montero, y otros, 2017; Montero, 2017), y por otro, las debilidades en la mediación pedagógica de los docentes de matemáticas en ejercicio (Mena, y otros, 2019), quienes suelen orientar las actividades de clase a la instrucción, memorización y reproducción de algoritmos, en lugar de a la comprensión y el desarrollo de las competencias matemáticas.

De la mano con resultados internacionales, los informes mencionados enfatizan la relación existente entre el desempeño estudiantil y factores como una apropiada mediación pedagógica centrada en el aprendizaje (Montero, y otros, 2017); señalando dentro de las posibles causas de las deficiencias encontradas, las carencias pedagógico-didácticas que se arrastran desde la formación inicial de los futuros docentes en las universidades, la cual genera una brecha entre lo aprendido en la universidad, que se centra más en aspectos teóricos de la matemática y su didáctica, que en cuestiones de índole práctico. Al respecto, Montes, Carrillo, Contreras, Liñán-García, & Barrera-Castarnado, mencionan:

“Para salvar la distancia existente entre la formación inicial y la práctica profesional (Goos, 2014), la formación de profesores de matemáticas debería inspirarse en las tareas y competencias profesionales. Por eso, cuando pensamos en el diseño de programas y actividades para la formación inicial, debemos tener la mirada puesta en lo que un profesor tendrá que hacer cuando se encuentre en su aula.” (2019, pág. 158).

Partiendo de dicha idea, se busca responder a la pregunta de ¿Cómo promover el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en estudiantes de la carrera de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica (UCR) desde las experiencias de formación suscitadas en los cursos FD0531: Metodología en Enseñanza de la Matemática y FD0541: Experiencia Docente en Matemática? (Salas-Solano, 2023, pág. 24)

El objetivo general es diseñar una modificación curricular en los programas de los cursos *FD0531: Metodología en Enseñanza de la Matemática* y *FD0541: Experiencia Docente en Matemática* que promueva el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR, desde las experiencias de formación suscitadas en ambos cursos (Salas-Solano, 2023, pág. 25).

Como objetivos específicos, se plantearon (Salas-Solano, 2023, págs. 25-26):

1. Identificar los saberes que debe adquirir un estudiante de carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR.
2. Incorporar en los programas de los cursos citados elementos que fortalezcan el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemática en los docentes en formación.

3. Reestructurar el programa para los cursos citados, para fortalecer el Conocimiento Especializado del Profesorado de Matemática en formación en la Carrera de Enseñanza de la Matemática de la UCR.
4. Validar la propuesta de reestructuración de los cursos mencionados.

## MARCO TEÓRICO

La investigación se respalda en dos referentes teóricos: el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés) como marco para tipificar y operacionalizar los saberes del docente de matemáticas en formación, y el Estudio de Clases japonés, como metodología para reflexionar en torno a dichos saberes, desde contextos prácticos.

### El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)

El MTSK es un modelo teórico-analítico del conocimiento profesional de las y los docentes sobre la Matemática y su enseñanza-aprendizaje (Flores, Escudero, & Aguilar, 2013, pág. 276). Se basa, fundamentalmente, en los supuestos de Shulman (1986) y Ball, Tames y Phelps (2008), citados por Muñoz-Catalán et al (2015, pág. 1807), partiendo del supuesto de que dicho conocimiento deriva de las particularidades de su profesión y, por tanto, es especializado, y distinto al que poseen otros profesionales vinculados con las Matemáticas.

Su propósito es “reflexionar sobre los elementos que conforman el conocimiento existente y orientar el contenido de la formación” (Montes, Carrillo, Contreras, Liñán-García, & Barrera-Castarnado, 2019, pág. 160). Con este fin, se establecen tres dominios: el *Conocimiento Matemático* (MK), vinculado a los saberes matemáticos; el *Conocimiento Didáctico del Contenido* (PCK), asociado a los saberes sobre la enseñanza y aprendizaje donde el contenido matemático condiciona la enseñanza y el aprendizaje (Flores-Medrano, Escudero, & Carrillo, 2014, pág. 18); y *Creencias y Concepciones* en torno a la Matemática y su enseñanza (Montes, Carrillo, Contreras, Liñán-García, & Barrera-Castarnado, 2019, pág. 161). Estos dominios se resumen en la Ilustración 1, y se detallan en las siguientes páginas.

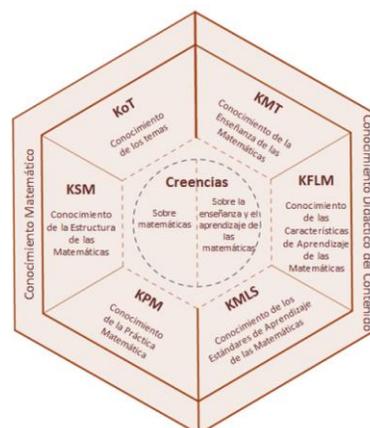


Ilustración 1. Dominios y subdominios del MTSK  
Fuente: Muñoz-Catalán, et al (2015, pág. 1808)

### **Conocimiento Matemático**

El *Conocimiento Matemático* (MK) se organiza en tres subdominios: el *Conocimiento de los Temas Matemáticos* (KoT) abarca el conocimiento de la Matemática como disciplina, en la que se inscriben la Matemáticas Escolares, sus fundamentos, procedimientos, formas de representación y fenomenología; el *Conocimiento de la Práctica Matemática* (KPM), que engloba aquellas formas de hacer y proceder en Matemáticas; y el *Conocimiento de la Estructura Matemática* (KSM), que en esencia considera las conexiones de simplificación, complejización, auxiliares y transversales que se establecen entre los diversos contenidos, y las que, en conjunto, posibilitan una visión global y sistémica del conocimiento matemático (Flores-Medrano, Escudero, & Carrillo, 2014, págs. 17-18).

### **Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático**

Similarmente, El *Conocimiento Didáctico del Contenido* (PCK) se divide en tres subdominios: el *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas* (KMT), que contempla el conocimiento de teorías, personales o formales (Montes, Carrillo, Contreras, Liñán-García, & Barrera-Castarnado, 2019, pág. 163), de enseñanza y el uso de recursos para cada contenido; el *Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas* (KFLM), que se enfoca en las características derivadas de los aprendientes con el contenido matemático al considerar este último como objeto de aprendizaje; y el *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje Matemático* (KMLS), (Flores-Medrano, Escudero, & Carrillo, 2014, págs. 18-19).

### **Concepciones y creencias en torno a la Matemática, su enseñanza y aprendizaje**

Estas concepciones y creencias del profesorado sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, permean sus conocimientos y, por ende, dan sentido, cohesionan y orientan sus prácticas profesionales en una u otra línea (Flores, Escudero, & Aguilar, 2013, pág. 275).

Cabe destacar que, como se describe en el planteamiento del problema, esta investigación enfatizó en el dominio del *Conocimiento Didáctico del Contenido* (PCK) y sus tres subdominios (Enseñanza, Aprendizaje y Estándares), si bien se consideraron en menor medida algunas cuestiones relativas al *Conocimiento Matemático* (KM).

### **El Estudio de Clases Japonés**

El término *Estudio de Clases*, en Japón, hace referencia a una práctica común de desarrollo profesional docente, un “proceso comprensivo y bien articulado para examinar las prácticas” (pág. 50), que constituye la forma en la que históricamente los docentes japoneses han investigado su práctica profesional durante décadas. En la práctica, se concibe como “una actividad que favorece el mejoramiento de las capacidades para enseñar de los profesores participantes” (Isoda & Olfos, 2009, pág. 36).

A nivel teórico, se entiende como un modo de hacer investigación sobre la práctica, conllevando una concepción interaccionista y dialéctica de los procesos educativos en la que la persona docente asume un rol protagónico, a la vez como objeto y sujeto de investigación, superando la ambivalencia teoría-práctica que, en Occidente,

tradicionalmente genera una fragmentación del hecho educativo y ocasiona abismos, en ocasiones insalvables, entre resultados de investigaciones teóricas y su incorporación a la cotidianidad de la práctica docente (Isoda & Olfos, 2009).

Un Estudio de Clases está formado por cuatro etapas cíclicas (Lewis, 2016), en las que un grupo de docentes construye una propuesta de clase. Iniciando con la identificación de metas a largo plazo, se genera un estudio del currículo, materiales y recursos disponibles. Seguidamente, se diseña una o varias lecciones, considerando las metas prestablecidas, los materiales y recursos identificados, y procurando, al diseñar las tareas, anticiparse al pensamiento de los estudiantes en cada etapa, para identificar las potencialidades y posibles dificultades. Seguidamente, se ejecuta la clase, a la que asisten, como observadores, varios docentes; en ocasiones, el supervisor, director de la institución y otros profesionales involucrados. Finalmente, se analiza la clase, identificando aspectos de mejora y brindando sugerencias para enriquecer la propuesta. En la Ilustración 2 se muestran las etapas del Estudio de Clase y sus principales vías de impacto.

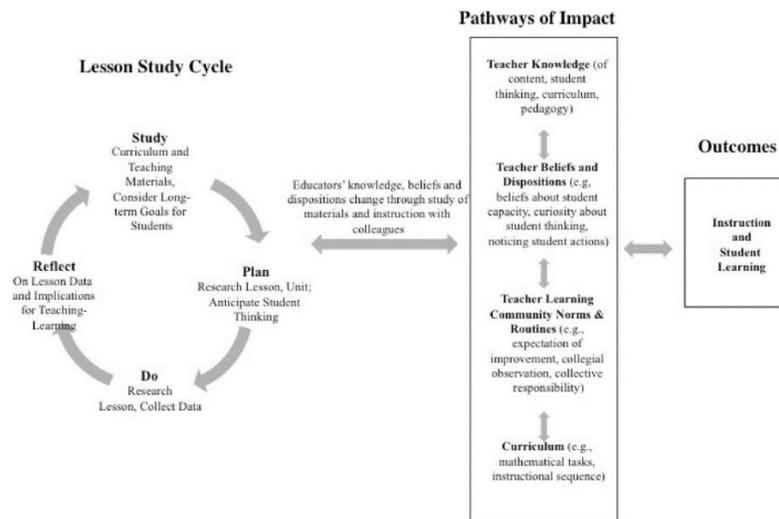


Ilustración 2. Etapas y vías de impacto de un Estudio de Clases  
Fuente: (Lewis, 2016, pág. 572)

Diversas investigaciones evidencian la viabilidad de usar Estudio de Clases como herramienta de desarrollo profesional docente en otras latitudes fuera de Japón, incluyendo otros países asiáticos (Doğan & Altun, 2018), Estados Unidos (Lewis, Perry, & Hurd, 2009), y América Latina (Isoda & Olfos, 2009). También se tiene evidencia la mejora del rendimiento estudiantil (Isoda & Olfos, 2009), el perfeccionamiento de las prácticas pedagógicas (Ní Shúilleabháin, 2014), el desarrollo profesional y el surgimiento de comunidades de práctica (Doig & Groves, 2011), la mejora de la comprensión de los estándares curriculares (Lewis, 2016) y la comprensión del docente en torno al pensamiento estudiantil (Lewis, 2016; Lewis, Perry, & Hurd, 2009), así como la reflexión en torno al conocimiento didáctico del contenido matemático, tanto en docentes experimentados (Ní Shúilleabháin, 2015) como en profesores en formación (Olfos, Estrella, & Morales, 2015).

## METODOLOGÍA UTILIZADA

La investigación se enmarca en el paradigma sociocrítico. Al problematizar las ideologías y prácticas que rodean la formación inicial de los docentes de matemáticas; busca ser emancipadora, generando procesos de construcción colaborativa que originen nuevos saberes que reeduchen a los individuos involucrados, aumenten y potencien sus recursos para una práctica profesional liberadora (Acosta, 1990, pp. 24-25). Por tanto, se consideraron diversos actores involucrados en el proceso formativo, a saber: estudiantes avanzados de la carrera, docentes de la UCR, pertenecientes a las tres sedes donde se imparte la carrera de Enseñanza de la Matemática. En la Ilustración 2 se muestran las etapas del proceso.

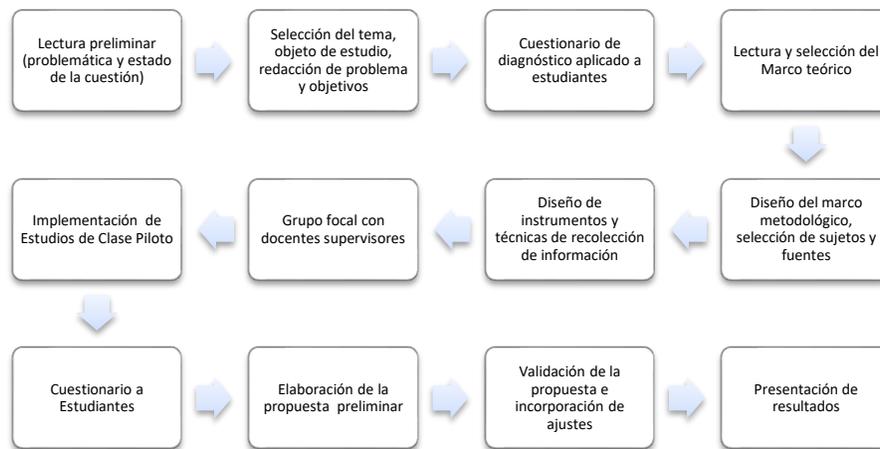


Ilustración 2. Esquema del proceso seguido en la investigación

Fuente: (Salas-Solano, 2023, pág. 70)

Para la recolección de los datos se emplearon diferentes instrumentos y técnicas para cada una población: dos cuestionarios a los estudiantes de la carrera, uno inicial de diagnóstico y otro de percepción, luego de implementar Estudios de Clase; un grupo focal a los docentes de secundaria, para determinar las necesidades formativas identificadas en los estudiantes de la carrera; y un cuestionario a profesores universitarios vinculados a la carrera, para validar la propuesta de los programas. Estos datos se resumen en la Tabla 1.

Tabla 1. Instrumentos de recolección de datos empleados en el proceso de investigación

Instrumento aplicado	Sujetos de interés	Tamaño de muestra
Cuestionario diagnóstico	Estudiantes de la Carrera.	38
Grupo focal	Docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente.	7
Cuestionario percepción Estudio de Clase	Estudiantes de la Carrera.	23
	Docentes de la Carrera de Enseñanza de la Matemáticas en la Sede Rodrigo Facio	2
Cuestionario de validación de la propuesta de programas (3 sesiones)	Docentes de la Carrera de Enseñanza de la Matemáticas en la Sede de Occidente	1
	Docentes de la Carrera de Enseñanza de la Matemáticas en la Sede del Atlántico	1

Fuente: (Salas-Solano, 2023, pág. 76)

Como categorías y subcategorías de análisis se consideraron los dominios y subdominios del MTSK descritos en el marco teórico. El procesamiento de los datos se efectuó con Microsoft Excel en el caso de los cuestionarios, y con Atlas.Ti en el caso de los grupos focales. Para el análisis, en ambos casos, se clasificaron las respuestas en grupos de ideas, considerando las fortalezas y debilidades identificadas, que se organizaron en los dominios de Conocimiento Matemático (MK) y Conocimiento Didáctico (PCK). Con estos insumos se elaboró la primera versión de los programas de los cursos, que finalmente se validaron por los profesores de la carrera en las diferentes sedes de la Universidad.

## ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

### Cuestionario diagnóstico

El diagnóstico se aplicó a 38 estudiantes avanzados de la carrera (V semestre o superior), que hubieran aprobado los dos cursos de interés, con el fin de brindar información sobre su percepción de los aprendizajes adquiridos. Se incluyó preguntas sobre conocimiento pedagógico general, Conocimiento Matemático (MK), y Conocimiento Didáctico Matemático (PCK).

Sobre los conocimientos generales, las mayores deficiencias identificadas fueron el diseño y ejecución de instrumentos y tareas de evaluación específicas para Matemáticas, la identificación de necesidades cognitivas y de aprendizaje del estudiantado, habilidades sociales para desenvolverse en contextos escolares, la integración de TICs en la mediación pedagógica, y las habilidades comunicativas en un segundo (Salas-Solano, 2023, pág. 93). Sobre el conocimiento matemático, si bien el noventa por ciento de los encuestados consideraron tener un nivel intermedio o alto en todos sus subdominios (tradicionalmente vinculados a los cursos de Matemáticas), se identificaron debilidades, específicamente: aspectos histórico-epistemológicos de los temas matemáticos; las relaciones horizontales, verticales, de simplificación, complejización, y auxiliares existentes entre los contenidos

de los diferentes cursos, y entre estos y otras disciplinas; y prácticas como la modelización matemática y el uso de pruebas informales mediante diversas representaciones (Salas-Solano, 2023, págs. 94-97).

Por otro lado, son mayores las carencias percibidas en relación con el Conocimiento Didáctico del Contenido, resaltado, en relación con la enseñanza, la incorporación de los temas matemáticos desde la trans, mutli e interdisciplinariedad, permitiendo establecer conexiones con otras áreas, el uso de aspectos epistemológicos e históricos de los contenidos matemáticos en la mediación, y el conocimiento de teorías de enseñanza relativas a temas o contenidos específicos. En relación con el aprendizaje, las principales carencias percibidas se relacionan con el anticiparse al pensamiento estudiantil, el surgimiento de obstáculos epistemológicos, y reconocer los procesos de pensamiento vinculados a las diferentes áreas del currículo (es decir, pensamiento algebraico, geométrico, variacional, numérico y estocástico) y emplearlos como fuente de aprendizaje. Y en relación con el currículo, las mayores carencias se vinculan con los estándares nacionales e internacionales de evaluación (entre ellos, la noción de competencia matemática) y los lineamientos de planificación, ejecución de las clases y evaluación derivados de los programas del MEP (Salas-Solano, 2023, págs. 97-102).

### **Análisis de los programas**

Al analizar los programas de los cursos a intervenir, a la luz de esta información y del marco teórico, se encontraron diversas oportunidades de mejora para subsanar las debilidades percibidas, entre las cuales cabe destacar, a nivel de objetivos: la presencia de algunos objetivos repetitivos o que, en teoría, se deberían abordar en cursos anteriores (por ejemplo, los aspectos técnicos relativos al planeamiento didáctico o la evaluación de los aprendizajes), aspecto que, al retomarse en este curso, resta tiempo para la reflexión de cuestiones de índole práctico, como planear centrándose en el pensamiento estudiantil y en el aprendizaje, y no en cuestiones administrativas o técnicas; a nivel de contenidos: una repetición y sobrecarga de temas tanto en ambos cursos, como con cursos anteriores; a nivel procedimental, un énfasis en aspectos teóricos de la didáctica, en detrimento de las cuestiones prácticas que deberían ser el centro de ambos cursos, y poca inmersión en la realidad de las aulas, especialmente en el curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática; y a nivel evaluativo, una alta presencia de instrumentos y técnicas que favorecen los aspectos teóricos sobre los prácticos (Salas-Solano, 2023, págs. 102-106).

Por otro lado, también se encontró que varias de estas situaciones, que se “arrastran” desde los primeros cursos del núcleo pedagógico, obedecen al hecho de que, cuando se llevan estos primeros cursos de pedagogía, se hacen paralelamente con los primeros cursos de matemáticas, por lo que el estudiantado no tiene el conocimiento matemático mínimo necesario para vincular, por ejemplo, aspectos didácticos y evaluativos con cuestiones propias a la naturaleza de los temas matemáticos. Por tanto, se sugiere modificar la malla curricular, de modo que el primer ciclo se cursen solamente asignaturas de Matemáticas, trasladando los cursos de pedagogía, didáctica, evaluación, entre otros, a partir del segundo ciclo (Salas-Solano, 2023, pág. 149).

### Grupo focal

Otro foco de interés, como se mencionó antes, lo constituyó el criterio de los docentes de secundaria en ejercicio, supervisores de Práctica Docente, en relación con las necesidades de formación percibidas y sus oportunidades de incorporación en ambos cursos, para lo cual se desarrolló un grupo focal. Si bien, a raíz de los resultados del diagnóstico, y que los docentes reconocen un conocimiento profundo de los temas matemáticos en los profesores en formación, el cuestionario se centró en cuestiones relativas al Conocimiento Didáctico del Contenido, se identificaron algunas debilidades en relación con el Conocimiento Matemático, que se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2. Observaciones sobre el Conocimiento Matemático de los docentes en formación

Fortalezas	Aspectos por fortalecer	Subdominio vinculado
Conceptos y procedimientos vinculados a los contenidos enseñados.	Contextualización de los contenidos a diversas disciplinas científicas u otras áreas del quehacer humano (mejoró durante el proceso). Uso de diferentes ejemplos y vínculos con otros conceptos más sencillos o complejos. Poca variedad en las formas de representación de los conceptos, así como en procedimientos y algoritmos, y las propiedades que los justifican.	Conocimiento de los temas (KoT) Conocimiento de la Estructura (KSM) Conocimiento de la Práctica (KPM)

Fuente: (Salas-Solano, 2023, pág. 116)

Es importante notar cómo estos aspectos podrían incidir en las prácticas pedagógicas de los futuros docentes, tanto en el énfasis que se hace hacia contenidos y procedimientos, como a la prevalencia de actividades de enseñanza de corte magistral y vertical.

Sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido, el escenario es más complejo: los supervisores identificaron más fortalezas puntuales, pero también, más debilidades. Estos elementos, que sugieren la brecha existente entre la teoría y la práctica didáctica en el aula, se muestran en la Tabla 3; donde se percibe que el conocimiento de teorías y modelos de clase específicos para las distintas áreas matemáticas no se logra llevar a la práctica. Los supervisores identifican carencias en la planificación, ejecución y evaluación de los aprendizajes; particularmente, en la distribución de tareas en relación con el tiempo, el diseño de problemas introductorios apropiados, y la aplicación de la metodología de Resolución de Problemas. También se manifiestan dificultades para reconocer en las producciones estudiantiles señales de una verdadera comprensión, o, por el contrario, la presencia de dudas o vacíos. Otras debilidades, como la dificultad para identificar y usar pedagógicamente los errores y obstáculos epistemológicos, el anticiparse al pensamiento estudiantil, y la puesta en práctica de los estándares evaluativos, coinciden con lo indicado en el diagnóstico, enfatizando la necesidad de fortalecer la

vinculación entre teoría y práctica, mediante la reflexión del quehacer de aula (Salas-Solano, 2023, págs. 117-119).

Tabla 3. Observaciones del Conocimiento Didáctico del Contenido de los docentes en formación

Fortalezas	Aspectos por fortalecer	Subdominio vinculado
<p>Uso de recursos didácticos pertinentes, específicamente tecnológicos.</p> <p>Conocimiento de teorías de enseñanza específicas a determinados contenidos matemáticos.</p> <p>Preocupación por la comprensión de parte de los aprendientes.</p> <p>Adaptarse a las necesidades y posibilidades de los estudiantes.</p> <p>Identificación de fortalezas, dificultades, errores y obstáculos asociados a contenidos específicos.</p> <p>Estructura del plan (plantilla del MEP) en términos generales</p> <p>Nivel de profundización y desarrollo conceptual y procedimental esperado.</p>	<p>Planificación y ejecución de estrategias y técnicas de enseñanza específicas para cada contenido centradas en el aprendizaje del estudiantado.</p> <p>Aplicación de las teorías de enseñanza en la mediación, específicamente planear y mediar a través de Resolución de Problemas.</p> <p>Planteamiento de preguntas dirigidas.</p> <p>Selección y uso de recursos tecnológicos pertinentes para determinados contenidos específicos.</p> <p>Identificación de actitudes, expectativas y resultados del grupo.</p> <p>Reconocer las formas de interacción del estudiantado con el contenido e indicios de comprensión.</p> <p>Recolección y uso de evidencias de aprendizaje estudiantil en torno a las habilidades específicas, fortalezas y debilidades del estudiantado.</p> <p>Organización de la lección en 4 “momentos” y mediación apropiada para el aprendizaje de nuevos temas.</p> <p>Técnicas e instrumentos de evaluación (diagnóstica, formativa y sumativa) pertinente para determinar el logro de adquisición de las habilidades y procesos o competencia matemática.</p> <p>Falta fomentar la evaluación de la competencia o destreza matemática (procesos matemáticos específicos) desde la dimensión formativa.</p>	<p>Conocimiento de la Enseñanza (KMT)</p> <p>Conocimiento del Aprendizaje (KFLM)</p> <p>Conocimiento de los Estándares (KMLS)</p>

Fuente: (Salas-Solano, 2023, pág. 117)

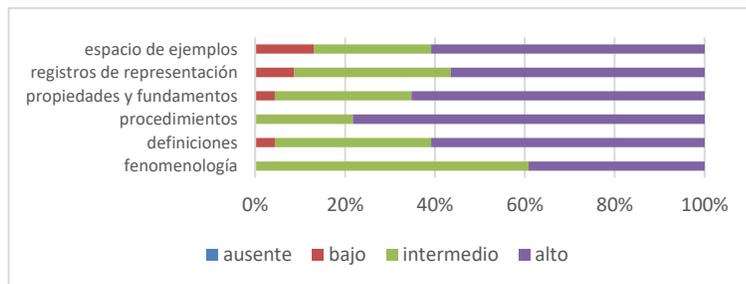
En resumen, los supervisores reconocen en los docentes en formación fortalezas en torno a lo conceptual y procedimental del saber matemático; así como la formación en didáctica general, lineamientos curriculares generales del MEP, y el dominio de teorías didácticas específicas. Pero consideran que la epistemología y fenomenología de los objetos matemáticos debe fortalecerse, así como cuestiones prácticas del saber didáctico sobre la enseñanza, aprendizaje y estándares curriculares específicos de la asignatura.

Con estos tres insumos, se incorporaron las primeras modificaciones a los dos cursos de interés, y los programas diseñados para los dos cursos se llevaron a la práctica en el 2021, con la limitante de que la mediación desarrollada fue totalmente virtual, consecuencia de la pandemia de COVID19. Al finalizar ambos cursos, se aplicó a los profesores en formación un cuestionario de percepción sobre el Conocimiento Matemático y el Conocimiento Didáctico del Contenido adquiridos a lo largo del proceso, cuyos resultados se resumen a continuación.

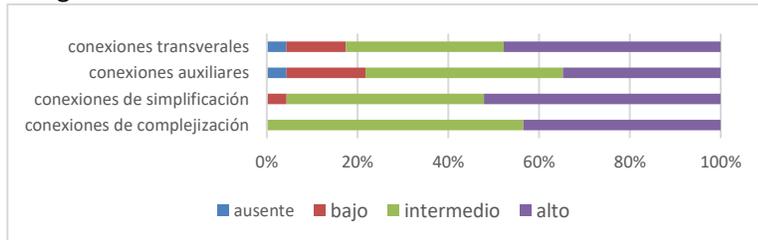
### Cuestionario de percepción

Los futuros docentes consideraron que, luego de su paso por los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática, con las modificaciones propuestas, se logró un nivel de adquisición de intermedio a alto en ciertos componentes relativos al Conocimiento Matemático, usualmente vinculado solamente a los cursos de Matemáticas (Ilustración 3).

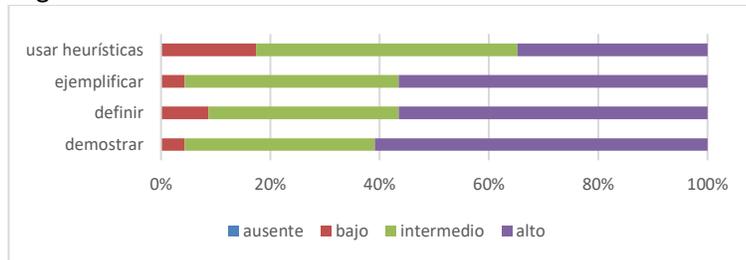
Ilustración 3. Percepción sobre el nivel de adquisición del Conocimiento Matemático



#### 3.1. Categorías relativas al Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT)



#### 3.2. Categorías relativas al Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM)



#### 3.3. Categorías relativas al Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM)

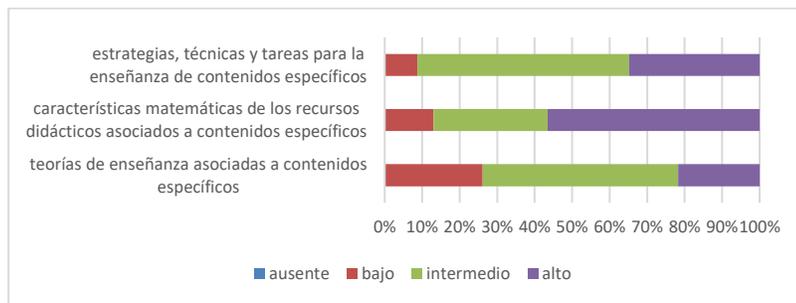
Fuente: (Salas-Solano, 2023, págs. 106-108)

Es importante observar cómo se lograron fortalecer aspectos vinculados al Conocimiento de la Estructura y al Conocimiento de la Práctica Matemática que habían sido percibidos como debilidades en el diagnóstico. Además,

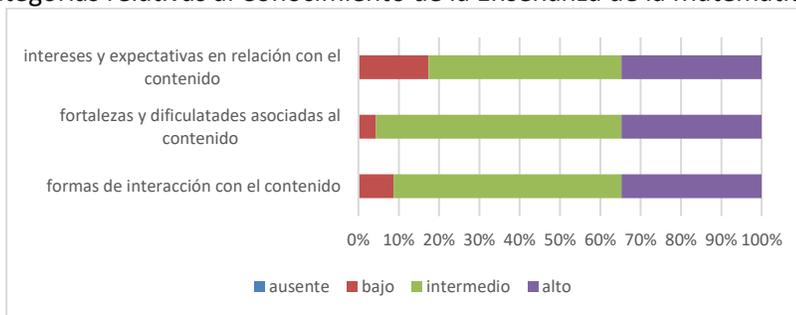
es necesario destacar que, si bien en el modelo ambos subdominios se presentan separados, en la práctica se visualiza su interrelación e influencia mutua, sugiriendo que es posible fortalecer el Conocimiento Matemático desde experiencias didácticas, y viceversa.

Similarmente, la mayoría de los estudiantes reconocen que un nivel de adquisición de medio a alto de los tres subdominios que componen el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, como se aprecia en la Ilustración 4.

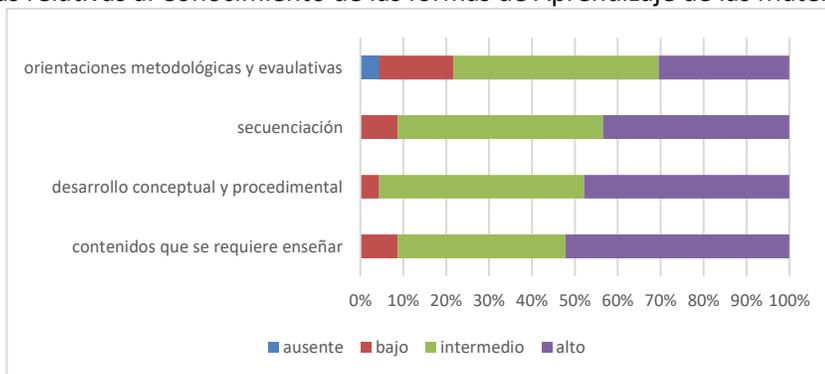
Ilustración 4. Percepción sobre el nivel de adquisición del Conocimiento Didáctico del Contenido



#### 4.1. Categorías relativas al Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT)



#### 4.2. Categorías relativas al Conocimiento de las formas de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)



#### 4.3. Categorías relativas al Conocimiento de los Estándares Matemáticos (KMLS)

Fuente: (Salas-Solano, 2023, págs. 108-112)

Similarmente, la mayoría de los estudiantes reconocen que un nivel de adquisición de medio a alto de los tres subdominios que componen el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, lo cual sugiere que se lograron fortalecer las deficiencias apuntadas tanto por los docentes en formación como por los supervisores.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El mayor aporte de este trabajo es integrar el saber didáctico teórico y práctico en el aula; promoviendo una visión flexible; que motiva a los futuros docentes al diseño de tareas centradas en el aprendizaje; así como un intercambio de experiencias entre pares noveles y experimentados, que realimenta y mejora las prácticas profesionales de ambos. Esta investigación constituye una herramienta útil para la reestructuración integral de la Carrera de Enseñanza de la Matemática, proceso que recién inicia en la Facultad de Educación.

De la investigación se desprende la necesidad de actualizar los cursos de matemática y de didáctica de la carrera, de modo que se trastoque el modelo de formación. Entre otros, deben considerarse aspectos metodológicos, y el orden en que se imparten los cursos, pues los resultados sugieren que debilidades en los subdominios del Conocimiento Matemático podrían tener implicaciones en la construcción del Conocimiento Didáctico.

Por otro lado, el MTSK ha demostrado utilidad como marco para tipificar y organizar los conocimientos del profesor de matemáticas en formación, estableciendo criterios para su identificación en el aula y sistematizar su reflexión; mientras que el Estudio de Clases permite profundizar en los conocimientos didácticos adquiridos, promoviendo más y mejores destrezas para el diseño, mediación y evaluación de tareas centradas en el aprendizaje, las características de los diversos contenidos, y los estándares del currículo.

Se sugiere incluir en los cursos de matemática de los planes de formación de docentes, de forma transversal, aspectos relativos a la historia, epistemología y fenomenología de los objetos matemáticos propios de cada curso, así como a la estructura y vinculación entre los temas matemáticos de diferentes cursos, su relación entre estos y otras áreas del conocimiento humano.

Se recomienda el MTSK y el Estudio de Clases como referentes de las carreras que forman docentes y asesores de Matemática, en universidades públicas y privadas. El primero, como marco para la fundamentación de procesos de actualización de perfiles académico-profesionales y planes de estudio; y el segundo, como herramienta de formación inicial para la reflexión y consecuente mejora de las prácticas de aula.

## REFERENCIAS

- Acosta, J. M. (1990). Panorama de la Investigación Curricular. *Qurrriculum: Revista de Teoría, Investigación y Práctica Educativa*(1), 7-30.
- Doğan, Z. Y., & Altun, S. (2018). The Effect of the Research Lesson Study (RLS) Model on. *International Online Journal of Educational Sciences*, 10(3), 215-229.
- Doig, B., & Groves, S. (2011). Japanese Lesson Study: Teacher Professional Development through Communities of Inquiry. *Mathematics Teacher Education and Development*, 77-93.

- Flores, E., Escudero, D. I., & Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, & N. Climent, *Investigación en Educación Matemática XVII* (págs. 275-282). Bilbao: SEIEM.
- Flores-Medrano, E., Escudero, D., & Carrillo, J. (2014). El uso de MTSK en la formación inicial de profesores de matemáticas de. *Revista de Análisis Matemático-Didáctico para profesores*, 1, 16-26.
- Isoda, M., & Olfos, R. (2009). El enfoque de resolución de problemas en la Enseñanza de la Matemática a partir del Estudio de Clases. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Lenski, S. J., & Caskey, M. M. (2009). Using the Lesson Study Approach to Plan for Student Learning. *Middle School Journal*, 40(3), 50-57.
- Lewis, C. (2016). How does lesson study improve mathematics instruction? *ZDM Mathematics Education*, 48, 571-580. doi:10.1007/s11858-016-0792-x
- Lewis, C., Perry, R., & Hurd, J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: a theoretical model and North American case. *Journal of Math Teacher Education*, 12, 285-304. doi:DOI 10.1007/s10857-009-9102-7
- Mena, J., Mora, M. d., Salas, B., Sánchez, A., Zumnado, M., & Arce, D. (2019). Investigación de base: Observación de prácticas de aula y evaluación de los estudiantes. Programa Estado de la Nación.
- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. M., & Barrera-Castarnado, M. M. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández, & M. T. González (Edits.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (págs. 157-176). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Muñoz-Catalán, M. C., Contreras, L. C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. A., & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La gaceta de la RSME*, 18(3), 1801-1817.
- Ní Shúilleabháin, A. (2014). Lesson Study in a Mathematics Teacher Community: Developing a Problem Solving Approach within Project. American Educational Research Association 2014 Conference.
- Ní Shúilleabháin, A. (2015). Developing mathematics teachers' pedagogical content knowledge through iterative cycles of lesson study. *CERME9-Ninth Congress of the European Society for Research*, (págs. 2734-2740). Prague.

Olfos, R., Estrella, S., & Morales, S. (2015). Estudio de Clases para la articulación de conocimientos en formación inicial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (págs. 1196-1202).

Salas-Solano, B. (2023). Análisis y rediseño curricular de dos cursos de la carrera de enseñanza de la matemática en la Universidad de Costa Rica. Una propuesta para promover el conocimiento didáctico del contenido matemático fundamentada en el MTSK y el estudio de clase. [Tesis para optar por el título de Maestría en Planificación Curricular]. Obtenido de <https://hdl.handle.net/10669/89119>