

Enseñanza de las matemáticas en ingeniería: Resignificación de usos de la derivada mediante una categoría de modelación matemática

Teaching mathematics in engineering: Reframing the uses of derivatives through a category of mathematical modeling

Ensino da matemática na engenharia: resignificação dos usos da derivada por meio de uma categoria de modelagem matemática

José L. Morales-Reyes
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
ROR <https://ror.org/02cafb777>
Valparaíso, Chile

jose.morales.r01@mail.pucv.cl

ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3120-9037>

Francisco Cordero Osorio
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
ROR <https://ror.org/009eqmr18>
Ciudad de México, México

fcordero@cinvestav.mx
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7891-7498>

Recibido – Received – Recebido: 07/04/2025 Corregido – Revised – Revisado: 30/05/2025 Aceptado – Accepted – Aprovado: 22/07/2025

DOI: <https://doi.org/10.22458/ie.v28i44.5761>

URL: <https://revistas.uned.ac.cr/index.php/innovaciones/article/view/5761>

Resumen: Existe una desconexión entre los usos del conocimiento matemático en la ingeniería y los contenidos abordados en los cursos de matemáticas del currículo universitario. Por lo que este estudio examina cómo la elaboración de un diseño escolar en el que la derivada —concebida tradicionalmente como la pendiente de la recta tangente en un punto— se confronta con un entorno de usos provenientes de la ingeniería química: predicción, analiticidad y comportamiento tendencial. La investigación se sustenta en la teoría socioepistemológica y se desarrolla mediante una metodología cualitativa, basada en un estudio de caso instrumental, que analiza si dicho diseño favorece la emergencia y valoración de usos de la derivada. La implementación se realizó con cinco personas estudiantes de Ingeniería Química de una universidad costarricense. Para la recolección y análisis de datos, se utilizaron entrevistas no dirigidas y la dialéctica exclusión-inclusión. Los resultados evidencian que el diseño bajo la consideración de una categoría socioepistemológica de modelación matemática permite al estudiantado transitar de manera autónoma desde la interpretación de la derivada como pendiente de una recta tangente hasta su resignificación en otros usos propios de la ingeniería. Se concluye que el desarrollo de marcos de referencia para la enseñanza de las matemáticas en el nivel superior, con la categoría de modelación como eje central, posibilita establecer una relación horizontal y recíproca entre la matemática y la realidad.

Palabras claves: cálculo, enfoque interdisciplinario, enseñanza superior, modelo matemático, formación de ingenieros.

Abstract: There is a disconnect between the uses of mathematical knowledge in engineering and the content covered in university mathematics courses. Therefore, this study examines how the development of a school design in which the derivative—traditionally conceived as the slope of the tangent line at a point—is confronted with an environment of uses from chemical engineering: prediction, analyticity, and trend behavior. The research is based on socio-epistemological theory and is developed using a qualitative methodology, based on an instrumental case study, which analyzes whether this design favors the emergence and assessment of uses of the derivative. The implementation was carried out with five chemical engineering students from a Costa Rican university. For data collection and analysis, unstructured interviews and the exclusion-inclusion dialectic were used. The results show that the design, under the consideration of a socio-epistemological category of mathematical modeling, allows students to move autonomously from the interpretation of the derivative as the slope of a tangent line to its reinterpretation in other engineering applications. It is concluded that the development of reference frameworks for teaching mathematics at a higher level, with the category of modeling as the central axis, makes it possible to establish a horizontal and reciprocal relationship between mathematics and reality.

Keywords: calculus, interdisciplinary approach, higher education, mathematical model, engineering education.

Resumo: Existe uma desconexão entre os usos do conhecimento matemático na engenharia e os conteúdos abordados nos cursos de matemática do currículo universitário. Por isso, este estudo examina como a elaboração de um projeto escolar em que a derivada — tradicionalmente concebida como a inclinação da reta tangente em um ponto — é confrontada com um ambiente de usos provenientes da engenharia química: previsão, analiticidade e comportamento tendencial. A pesquisa se baseia na teoria socioepistemológica e é desenvolvida por meio de uma metodologia qualitativa, baseada em um estudo de caso instrumental, que analisa se tal projeto favorece o surgimento e a valorização dos usos da derivada. A implementação foi realizada com cinco estudantes de Engenharia Química de uma universidade costarriquenha. Para a coleta e análise de dados, foram utilizadas entrevistas não direcionadas e a dialética exclusão-inclusão. Os resultados evidenciam que o projeto, sob a consideração de uma categoria socioepistemológica de modelagem matemática, permite que os alunos transitem de maneira autônoma da interpretação da derivada como inclinação de uma reta tangente até sua resignificação em outros usos próprios da engenharia. Conclui-se que o desenvolvimento de marcos de referência para o ensino interdisciplinar da matemática no nível superior, com a categoria de modelagem como eixo central, possibilita estabelecer uma relação horizontal e recíproca entre a matemática e a realidade.

Palavras-chave: cálculo, abordagem interdisciplinar, ensino superior, modelo matemático, formação de engenheiros.

INTRODUCCIÓN

Las investigaciones en la enseñanza y el aprendizaje del cálculo han abordado, principalmente, aspectos como las dificultades del estudiantado, el análisis de planes de estudio, las prácticas docentes y el uso de la tecnología (Bressoud et al., 2016; Park, 2013, 2016). Sin embargo, se ha prestado poca atención a cómo el estudiantado emplea el conocimiento matemático en función de sus propios intereses (Cordero et al., 2015).

En el contexto de la educación universitaria, Biza et al. (2016) destacan el creciente interés por investigar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en relación con su aplicabilidad profesional. Específicamente, sugieren que es fundamental analizar qué tipo de matemáticas son relevantes para resolver problemas específicos en distintas disciplinas, ya que el estudiantado no suele reconocer la importancia de los cursos de matemáticas en su formación (Hochmuth, 2020; Mendoza et al., 2022). De manera concreta, Rasmussen et al. (2014) proponen examinar cómo se utilizan y representan las ideas del cálculo en disciplinas como la ingeniería, la economía y la administración. Estas investigaciones interdisciplinarias subrayan que es esencial que el estudiantado no solo domine conocimientos y habilidades matemáticas, sino que también sean capaces de aplicarlas en distintos contextos.

Esta preocupación sitúa a la enseñanza de la matemática en ingeniería como un terreno fértil para la innovación educativa, particularmente cuando se reconocen los vacíos entre los contenidos curriculares y los usos reales del conocimiento matemático en sus contextos profesionales (Mendoza et al., 2022). En respuesta a esta problemática, el presente artículo explora cómo un rediseño de la enseñanza de la derivada puede contribuir a disminuir esta brecha. Esta investigación se enmarca en los estudios sobre modelación matemática en educación, cuyo auge ha sido notorio en años recientes (Acevedo y Rodríguez, 2019; Schukajlow et al., 2018) y, a pesar de la diversidad de enfoques, existe un consenso en que la modelación es un proceso que implica una interacción constante entre la realidad y las matemáticas (Borromeo, 2018; Rosa et al., 2022). En particular, este estudio se basa en una categoría socioepistemológica de modelación matemática (Cordero et al., 2022), reconociendo que ciertos usos de la derivada en la práctica profesional de la ingeniería suelen estar ausentes en la enseñanza escolar.

Por un lado, investigaciones como las de Pérez-Oxté y Cordero (2016, 2022) han evidenciado cómo una comunidad de ingenieros químicos analiza el estado de un transformador eléctrico a partir del estudio gráfico de sus compuestos químicos. En este contexto, emergen usos de la derivada que tradicionalmente no se incluyen en la enseñanza del cálculo, tales como la predicción, el comportamiento tendencial y la analiticidad. Por otro lado, a partir de estos usos, se ha diseñado una propuesta didáctica (Morales-Reyes, 2020) para compartir estos significados con el estudiantado de ingeniería química, con el objetivo de investigar los procesos de valorización de la derivada en su transición desde la interpretación convencional —como la pendiente de una recta tangente— hacia nuevos significados asociados con la predicción, el comportamiento tendencial y la analiticidad.

De esta forma, el objetivo general de este artículo es plantear una mirada alternativa a la enseñanza del cálculo diferencial, centrada no solo en el contenido matemático por sí solo, sino en los usos y resignificaciones que este adquiere en el quehacer disciplinar de la ingeniería, contribuyendo, de esta manera, a su relevancia en el campo de las ciencias de la educación. Desde esta perspectiva, la derivada deja de ser una noción abstracta enseñada mediante reglas algorítmicas, para convertirse en una herramienta que responde a necesidades reales del campo profesional. Por lo cual, se han planteado dos objetivos específicos. Primero, proporcionar al profesorado de matemáticas un marco de referencia sobre los usos y significados de la derivada en contextos profesionales. Segundo, presentar un diseño didáctico que favorece la autonomía del estudiantado en el uso de la derivada, promoviendo un aprendizaje significativo más allá de la mera emulación de procedimientos en la cual se suele dar una función y pedir que se calcule su derivada a partir de una serie de “reglas”.

En consecuencia, la base teórica de esta investigación es la teoría socioepistemológica de la Matemática Educativa [TSME] (Cantoral, 2019). A diferencia de otros enfoques teóricos, la TSME reconoce y valida todas las formas del saber matemático —científico, técnico y popular— sintetizándolas dentro del concepto de sabiduría humana (Cantoral et al., 2018). Desde esta perspectiva, se considera que la problemática en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas radica en el *discurso matemático escolar*, el cual presenta la matemática como un conocimiento acabado, continuo y carente de funcionalidad dentro del ámbito educativo (Soto y Cantoral, 2014). Este constructo no se limita únicamente a las exposiciones orales del profesorado, sino que también aparece en los programas de estudios que deben enseñarse. Además, de acuerdo con Soto y Cantoral (2014), esto ha producido la exclusión de los elementos funcionales de la matemática.

En este contexto, surge el programa de investigación Sujeto Olvidado y Transversalidad de Saberes [Soltsa] (Cordero et al., 2022; Cordero, 2023), su propósito es revelar y valorar los *usos* del conocimiento matemático en diversos ámbitos: disciplinario, escolar, laboral y social. Este programa reconoce estos usos con el mismo estatus epistemológico, considerando que la matemática de la realidad debe influir en la matemática escolar y viceversa (Cordero et al., 2019). Además, de acuerdo con Cordero (2023), el *sujeto olvidado* responde a la realidad, la vida cotidiana, los usos del conocimiento y, en general, las personas que han sido históricamente excluidos de las propuestas educativas. Esta omisión ha impedido que la matemática escolar aborde la misión fundamental de la educación: acercar a las personas a su propia realidad y, en el mejor de los casos, contribuir a su transformación.

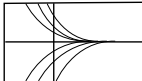
De esta manera, es trascendental revelar y valorar los usos del conocimiento matemático, entendidos como aquello que responde a una función orgánica dentro de una situación específica, la cual se expresa a través de las tareas que conforman dicha situación (Cordero, 2023). La manera en que se utiliza el conocimiento matemático se define por la clase de tareas involucradas (Buendía y Cordero, 2005). Estas tareas pueden incluir actividades, acciones, ejecuciones y alternancias de dominios propios del sistema en cuestión (Cordero y Flores, 2007).

Con el objetivo de identificar y valorar estos usos, Soltsa adopta un doble enfoque. Por un lado, busca analizar las resignificaciones de los usos del conocimiento matemático dentro de diversas comunidades de práctica. Por otro lado, indaga sobre la manera de incorporar estos usos en el aula, recurriendo a *diseños de situación escolar de socialización* (Cordero et al., 2022; Cordero, 2023). Estos diseños se fundamentan en una epistemología que promueve los usos del conocimiento matemático y en una perspectiva que, por un lado, contrarresta los efectos del discurso Matemático Escolar y, por otro, permite analizar el proceso de resignificación de los participantes (Morales-Reyes, 2020; Morales-Reyes y Cordero, 2020).

En particular, la epistemología que guía estos diseños se basa en una categoría de modelación matemática, la cual trasciende la mera representación de la realidad o la aplicación de modelos matemáticos para su interpretación; esta responde a lo que es de utilidad al humano en una situación específica (Cordero, 2023). De acuerdo con Cordero et al. (2022), se trata de una práctica que permite la construcción de argumentaciones sobre una situación específica, integrando significados y resignificaciones con sus respectivos procedimientos (ver tabla 1).

Tabla 1.

Epistemología de usos del diseño de situación escolar de socialización

Construcción de lo matemático	Situaciones		
	Variación	Transformación	Aproximación
Significaciones	Flujo Movimiento Acumulación Estado permanente	Patrones de comportamientos gráficos y analíticos	Límite Derivación Integración Convergencia
Procedimientos	Comparación de dos estados $f(x+h) - f(x) = ah$ $a = f'(x)$	Variación de parámetros $y = Af(Bx + C) + D$	Operaciones lógico-formales (cociente) $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) =$
Instrumento	Cantidad de variación continua	Instrucción que organiza comportamientos	Formas analíticas
Argumentación/ Resignificación	Predicción $E_0 + variation = E_f$	Comportamiento tendencial 	Analiticidad de las funciones $f(x+h) = f(x) + f'(x)$

Fuente: adaptada de Cordero et al. (2022).

Estos elementos emergen a partir de las operaciones que las personas participantes pueden realizar, las condiciones que pueden identificar y transformar, así como los conceptos que van construyendo progresivamente (Mendoza et al., 2018; Cordero et al., 2019); por lo que están vinculados a aspectos funcionales integrados en la vida cotidiana de las comunidades, especialmente cuando estas afrontan situaciones específicas (Cordero, 2023).

Por otra parte, el diseño tiene como objetivo que el estudiantado o el profesorado valoricen esta epistemología de usos (ver tabla 1). Para tal fin, en esta investigación, los procesos de valorización son explicados desde la perspectiva dialéctica exclusión-inclusión (Soto y Cantoral, 2014). Es decir, el estudiantado o el profesorado deben confrontar el saber matemático escolar con su propio conocimiento matemático. En este sentido, Soto y Cantoral (2014) argumentan que dicha dialéctica conforma un modelo en el cual desempeña un papel fundamental el tránsito entre el discurso Matemático Escolar (dME) y la Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM). Esta última no se restringe únicamente a la interacción entre las personas, sino que también implica el análisis de los individuos y sus procesos históricos, los debates y negociaciones que atraviesa la comunidad para institucionalizar un conocimiento, así como la funcionalidad de dicho conocimiento dentro de un contexto y una situación específica (Cordero et al., 2015).

Desde esta perspectiva, la exclusión y la inclusión se entienden como una relación dialéctica en la que ambas coexisten en una lucha constante, dando lugar a una unidad. Dentro de este proceso, se reconocen tres leyes fundamentales: la confrontación de contrarios, la unidad y el cambio (Soto y Cantoral, 2014). De acuerdo con estos autores, la unidad se hace evidente cuando una epistemología prevalece sobre otra, lo que puede manifestarse tanto en el dME como en la CSCM. No obstante, el aspecto más significativo del proceso dialéctico es la observación del cambio o resignificación, el cual surge como resultado de la unidad, especialmente cuando las argumentaciones propias de la CSCM logran imponerse (Soto, 2014).

METODOLOGÍA

Este estudio se inscribe en el enfoque cualitativo de investigación, adoptando un estudio de caso instrumental (Stake, 2020), cuyo propósito es analizar en qué medida un diseño escolar favorece la emergencia y resignificación de los usos de la derivada en el estudiantado de ingeniería.

Enfoque teórico-metodológico del diseño de situaciones

Desde una perspectiva socioepistemológica, se concibe el conocimiento matemático como una construcción social, estrechamente vinculada a las situaciones particulares que enfrenta cada comunidad (Mendoza et al., 2018). En este marco, se reconoce que las distintas comunidades de conocimiento matemático desarrollan y utilizan dicho saber en función de sus necesidades específicas (Morales-Reyes, 2020). Esta comprensión implica que el significado de las nociones matemáticas no es universal ni estático, sino situado y funcional en contextos particulares.

Con base en este posicionamiento, se diseñó una serie de situaciones denominadas *diseño de situación escolar de socialización* (Cordero, 2023), orientadas a promover la emergencia de usos de la derivada en un entorno afín a la ingeniería química. Este diseño tiene como finalidad propiciar el tránsito desde una centración en el objeto matemático —entendido como contenido escolar— hacia una valoración de los usos del conocimiento matemático (Cordero et al., 2022).

El diseño se fundamentó en la dialéctica de exclusión-inclusión (Soto y Cantoral, 2014), la cual permite articular categorías opuestas —como el discurso matemático escolar (dME) y la construcción social del conocimiento matemático (CSCM)— a través de un proceso de confrontación y resignificación. La tabla 2 muestra cómo se vinculan las leyes de esta dialéctica con los elementos del diseño desarrollado e implementado.

Tabla 2.
Perspectiva del diseño de situación escolar de socialización

Leyes de la dialéctica exclusión-inclusión	Articulación de las leyes de la dialéctica en la construcción del Diseño de Situación Escolar de Socialización	Relación con las situaciones propuestas
Confrontación de contrarios	Se diseñan actividades en las que las argumentaciones emergentes de la situación específica prevalecen sobre las establecidas en el discurso matemático escolar. El objetivo es desafiar la aplicación convencional del objeto matemático y promover una perspectiva más amplia de su uso.	Aproximación (ítems 1, 2 y 3)
Unidad	La situación está conformada por cuatro elementos: significaciones, procedimientos, instrumentos y argumentaciones. Estos no siguen un orden lineal estricto, por lo que cualquiera de ellos puede surgir primero y, a partir de este, desencadenar la aparición de los demás. Una característica clave de esta interacción es que, si el participante se enfoca únicamente en la definición de la derivada, no logrará transitar hacia la CSCM. En cambio, cuando valore los entornos de uso y los significados asociados, habrá realizado el tránsito propuesto.	Transformación (ítems 4 y 5)
Cambio	Esto ocurrirá cuando los participantes en la resolución del diseño establezcan una relación horizontal entre las argumentaciones y resignificaciones que emergen de las situaciones específicas.	Variación (ítem 6)

Fuente: elaboración propia con base en Morales-Reyes (2020).

Participantes y contexto

La implementación del diseño escolar se desarrolló en dos etapas. En primer lugar, se aplicó una prueba piloto con tres personas estudiantes del programa de Ingeniería Química y dos personas profesoras de matemáticas, con el propósito de validar y ajustar los elementos del diseño. En una segunda etapa, se seleccionó la muestra principal considerando la disposición voluntaria del estudiantado para participar del estudio.

La muestra final estuvo compuesta por cinco personas estudiantes de un programa de Licenciatura en Ingeniería Química de una universidad costarricense. Todas habían aprobado previamente asignaturas como cálculo diferencial e integral, álgebra lineal y ecuaciones diferenciales. Su programa académico tiene una duración de 11 semestres y ofrece una formación integral que articula componentes teóricos y prácticos. Las personas egresadas están capacitadas para desempeñarse en ámbitos industriales diversos, incluyendo gestión administrativa, investigación y desarrollo, diseño de procesos, ventas y consultoría.

Técnicas de recolección y análisis de datos

La recolección de datos se llevó a cabo durante el año 2020, a través de sesiones virtuales grabadas en audio y video mediante la plataforma Zoom. Previo a la implementación del diseño, se aplicó una entrevista preliminar a las personas participantes, con el objetivo de explorar sus significados y concepciones sobre la derivada, así como las formas en que esta había sido abordada en sus cursos previos. Además, se solicitaron apuntes de clase y el programa del curso correspondiente, con el fin de triangular la información recogida.

Adicionalmente, en coherencia con el enfoque socioepistemológico, esta investigación adoptó una perspectiva etnográfica, incorporando el uso de entrevistas no dirigidas, caracterizadas por su naturaleza reflexiva, contextual y no estructurada (Moschkovich, 2019). Este tipo de entrevista no se limita a recuperar información factual, sino que busca generar procesos de reflexividad tanto en la persona informante como en quien investiga (Guber, 2011; Moschkovich, 2019). De este modo, el análisis no solo se centra en observar cómo las personas participantes resuelven las actividades propuestas, sino también en interpretar sus argumentaciones y los propósitos que guían sus decisiones (*funcionamientos y formas*; Cordero et al., 2023).

De manera particular, Morales-Reyes (2020) sostiene que, en contextos como este, la descentración del objeto matemático —específicamente, de la derivada entendida exclusivamente como pendiente de la recta tangente— favorece la emergencia de nuevas formas de argumentación. Estas surgen como resultado de la problematización del saber matemático implicado y conducen a su resignificación a partir de usos contextuales vinculados a la ingeniería.

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Los resultados de la entrevista preliminar muestran que las personas estudiantes de Ingeniería Química comprenden la derivada principalmente desde una perspectiva algorítmica y formal, influenciada por la enseñanza recibida en los cursos de matemáticas, centrada en la aplicación de reglas y en su definición como límite. En sus respuestas, predominan significados asociados a nociones geométricas básicas —como la pendiente de una recta tangente— o a interpretaciones físicas puntuales —como la velocidad o aceleración—, aunque sin conexión explícita con contextos propios de su disciplina. Esta ausencia de significados funcionales se evidencia también en los apuntes revisados, donde se observa un abordaje centrado en la deducción algebraica de la ecuación de la recta tangente y la definición de derivada como límite, destacando una concepción leibniziana del concepto.

Uno de los participantes ofreció una interpretación intuitiva en términos del comportamiento gráfico de una función y su derivada, reconociendo variaciones en la velocidad de crecimiento, aunque sin enmarcar dicha explicación en situaciones propias de la ingeniería química. Asimismo, dos personas expresaron explícitamente que, si bien cursan matemáticas por requerimiento curricular, no perciben su aplicación directa en la carrera, lo cual refleja una desconexión entre los saberes escolares y los usos disciplinares del conocimiento matemático.

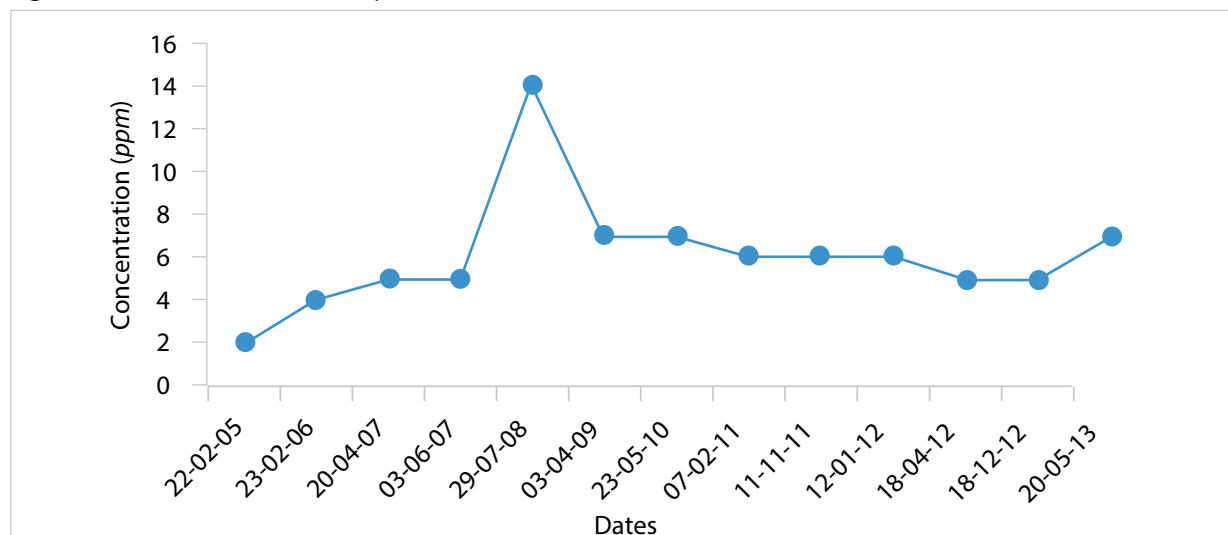
Por otro lado, dado que en las cinco personas estudiantes de la muestra se identificó la aparición de nuevas argumentaciones (Morales-Reyes, 2020) y considerando las limitaciones de espacio, se presenta únicamente la resolución correspondiente a una de las cinco personas estudiantes. En las transcripciones, se empleó la letra A para representar los comentarios, razonamientos y justificaciones del estudiantado, E para las intervenciones de la persona entrevistadora, y corchetes [] para incluir aclaraciones sobre las acciones realizadas por el estudiantado.

El primer episodio del Diseño de Situación Escolar de Socialización (DSES) estuvo enfocado en la aproximación. Su propósito fue generar una confrontación con la matemática escolar tradicional, en la que comúnmente se proporciona una función, se señala un punto y se solicita determinar y graficar su recta tangente. En esta fase de la actividad, la recta tangente adquiere un sentido funcional, ya que permite evaluar si un transformador eléctrico presenta un comportamiento estable o inusual. De este modo, su construcción deja de ser un simple ejercicio de aplicación y cobra relevancia dentro de la situación planteada. La segunda parte de este episodio propone una situación a la que usualmente no recurre el discurso matemático escolar: en lugar de proporcionar el criterio de una función y solicitar la ecuación de la recta tangente en un punto dado, se presenta una curva y se pide construir sobre ella una tangente.

A continuación, se presentan las actividades propuestas y las resoluciones obtenidas por la persona participante.

1. Considere que un comportamiento que da cierta garantía de un buen estado del transformador es cuando no presenta fluctuaciones extremas. Bajo esas condiciones, cómo describiría el estado del transformador basado en la gráfica del etileno presentada en la figura 1.

Figura 1. Gráfico de la situación de aproximación.



Nota: extraída de Pérez-Oxté y Cordero (2022).

A: De primera entrada lo que uno ve es eso, datos anómalos [refiriéndose al 29-07-08].

E: ¿Por qué logra ver eso?

A: Uno trata de ver tendencia en los datos y ese se sale de la media.

E: ¿Cuál es la tendencia que logra ver?

A: Entre constante a ligeramente lineal con crecimiento, al inicio me parece que hay una etapa de estabilización.

A: Si la dependencia del dispositivo al gas es débil, ese punto se podría obviar, pero si me dices que es fuerte no sabría decir si fue un fallo, pero sí que habría que revisar el transformador. Ese dato de 14ppm se desvía tanto de los datos. Los demás se mantienen como en 2ppm como hasta 6ppm más o menos, en cambio ese pico se va hasta 14 que es más del doble de lo que uno esperaría, lo más probable es que sí sea una falla, pero estoy de acuerdo en que habría que obtener más información, pero definitivamente alarma tener un dato tan inestable." (Morales-Reyes, 2020, p. 68)

- Trace una recta que muestre un comportamiento estable en la gráfica dada en el contexto inicial, de tal manera que sea tangente localmente en algún punto de la gráfica dada.

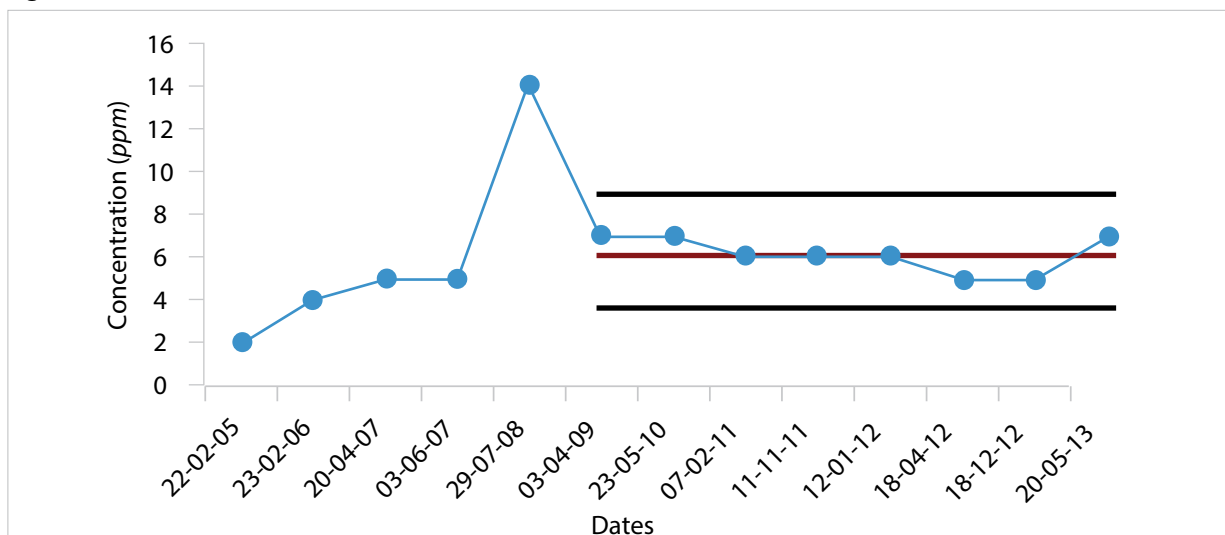
"A: ¿Y cuál sería la ecuación de esa gráfica? [queda en silencio durante unos segundos]. Lo único que se me ocurre es hacer las tendencias por partes, antes del pico y después del pico.

E: ¿Y entonces cómo trazaría una recta que muestre un comportamiento estable en la gráfica?

A: Yo lo pensaría mucho como un gráfico de control, en el cual hay una línea que es básicamente el promedio, en los que hay un límite superior y uno inferior.

E: ¿Cómo representaría eso? [Posteriormente empieza a trazar rectas sobre la gráfica dada]" (Morales-Reyes, 2020, p. 68)

Figura 2. Resoluciones en la actividad uno



Nota: datos propios de la investigación.

"E: ¿Cuál sería la ecuación de la recta roja?

A: Sería igual a $y=6$

E: ¿Esa recta roja es tangente a la gráfica? [En este momento la persona estudiante guarda silencio y se muestra insegura].

A: Una recta tangente representa la derivada de una función. Bueno, la pendiente.

E: ¿Entonces la recta roja lo sería?

A: No, solo puede ser en uno". (Morales-Reyes, 2020, p. 69)

En relación con la primera consigna, es importante señalar que, aunque las fechas de muestreo de la figura 1 corresponden a momentos discretos en el tiempo, la variable representada —concentración de etileno (ppm)— es continua por naturaleza, lo que permite justificar que en la representación gráfica se conecten los puntos mediante segmentos lineales, práctica común en visualización de series temporales continuas. Dicha representación se asemeja a un gráfico de líneas o a un polígono de frecuencias, cuya función principal es facilitar la identificación de tendencias, más que reflejar una función analítica en sentido estricto.

Además, la inclusión del término “estabilidad” en la consigna responde a una decisión didáctica intencional del contexto técnico del mantenimiento de transformadores (ver, por ejemplo, Pérez-Oxté y Cordero, 2022). Su propósito no fue introducir un criterio matemático formal, sino promover un análisis cualitativo del comportamiento temporal de los datos. En este marco, se buscó que la persona estudiante identificara visualmente patrones, estimara líneas base y reconociera posibles anomalías o eventos atípicos, como el pico observado. En consecuencia, la consigna no demanda un tratamiento de la función matemática desde lo propuesto en el dME, sino una lectura de la gráfica en relación con su contexto de aplicación.

En cuanto al desarrollo de la actividad, se observa que la persona estudiante utiliza la recta tangente como una herramienta clave para identificar comportamientos estables en una gráfica, trazándola con el fin de evaluar variaciones en relación con ella. Al inicio, se observa una tendencia a privilegiar aspectos procedimentales, ya que solicita la ecuación de la función, lo que sugiere una intención de aplicar un algoritmo para determinar la pendiente de la recta tangente, reproduciendo el enfoque tradicional del dME, en el cual siempre se dispone de la expresión algebraica y del punto específico de tangencia (confrontación de contrarios, ver tabla 2). Hacia el final de la actividad, aunque la persona logra trazar una recta que efectivamente representa un comportamiento estable, duda en considerarla tangente al notar que interseca la curva en más de un punto. Esto pone de manifiesto una comprensión limitada de la diferencia entre tangencia global y local, conceptos que, aunque presentes implícitamente en sus apuntes, no logran ser operacionalizados por la persona estudiante durante la actividad.

Por otra parte, la segunda fase del diseño corresponde a la unidad. En esta etapa, se introduce una actividad que recupera conceptos relacionados con la linealidad del polinomio (Rosado y Cordero, 2006), la cual establece que, en una vecindad alrededor de , la ecuación de la recta tangente en ese punto siempre coincide con la parte lineal del polinomio. Para ello, siguiendo lo señalado por Morales-Reyes (2020), se presentan tres gráficas que representan el comportamiento del etileno, y los participantes deben analizar cuál de ellas exhibe una mayor estabilidad en un intervalo cercano a cero. El propósito de esta actividad es favorecer el surgimiento de comportamientos tendenciales a través del uso de la recta tangente, lo que, a su vez, permitirá realizar predicciones sobre el comportamiento del gas en estados posteriores.

3. Las siguientes gráficas representan el comportamiento del etileno. Los valores negativos en el eje de las abscisas representan los datos tomados anterior a una fecha específica y los valores positivos fechas posteriores a esta (Morales-Reyes, 2020).

“E: ¿Recuerda cuál es la ecuación de una recta?”

A: Es $y = mx + b$ si estamos hablando de una línea recta.

E: ¿Y cómo podría determinar el valor de m ?”

A: Derivando “ y ” en términos de “ x ” y luego evaluando en cero.

A: La derivada sería -0.0649. Porque a la hora de derivar la constante se va, todo lo demás se va porque está multiplicado por “ x ”, y el que queda es 0.0649 porque esa x también se va.

E: ¿Y cómo podríamos hallar “b”?

A: Si ya tengo la pendiente y sé que $x = 0$. Además, tengo que el valor de $y = 6$

E: ¿A seis exacto? ¿Cómo puedo asegurarme?

A: Di evaluando la función en $x = 0$. De hecho, **sí, el valor es 5.9188**

E: Ok, entonces ¿cuál sería el valor de b?

A: Voy a sustituir los valores [Se da un tiempo de espera]. Me dio 5.9188

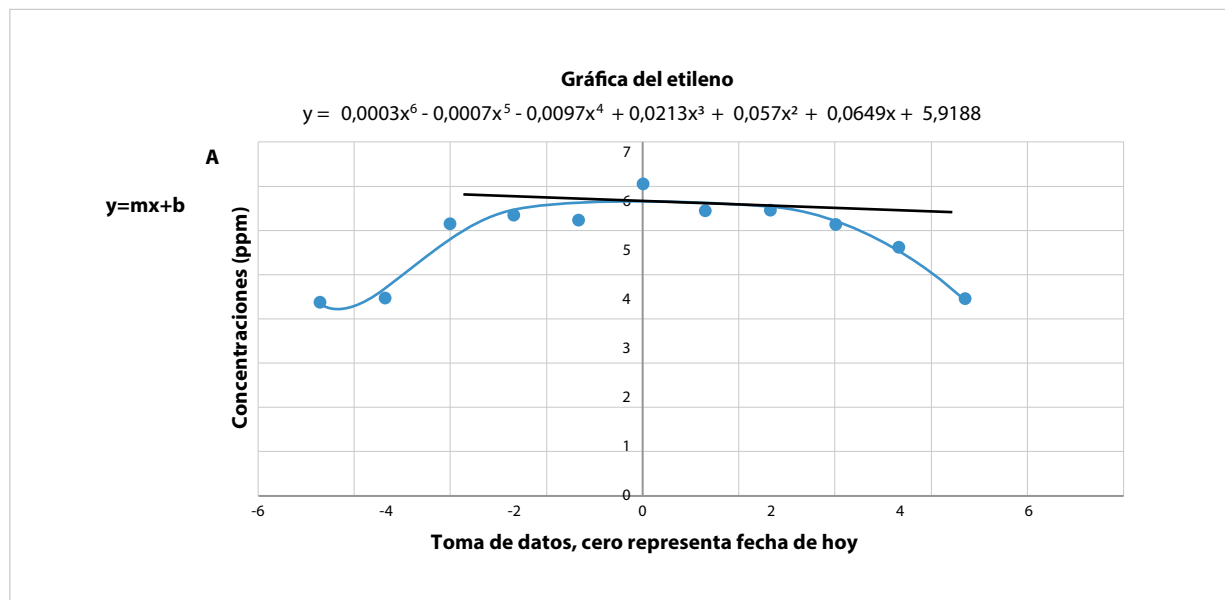
E: Cuénteme qué hizo

A: Como $m = -0.0649$ y como $y = mx + b$, así $b = y - mx$ y solo se sustituye.

E: ¿Podría trazar esa recta tangente en el mismo plano cartesiano de la curva? ¿Cómo quedaría?

A: Sería algo así”. (Morales-Reyes, 2020, p. 72)

Figura 3. Resoluciones de la persona estudiante en la primera gráfica de la segunda etapa.

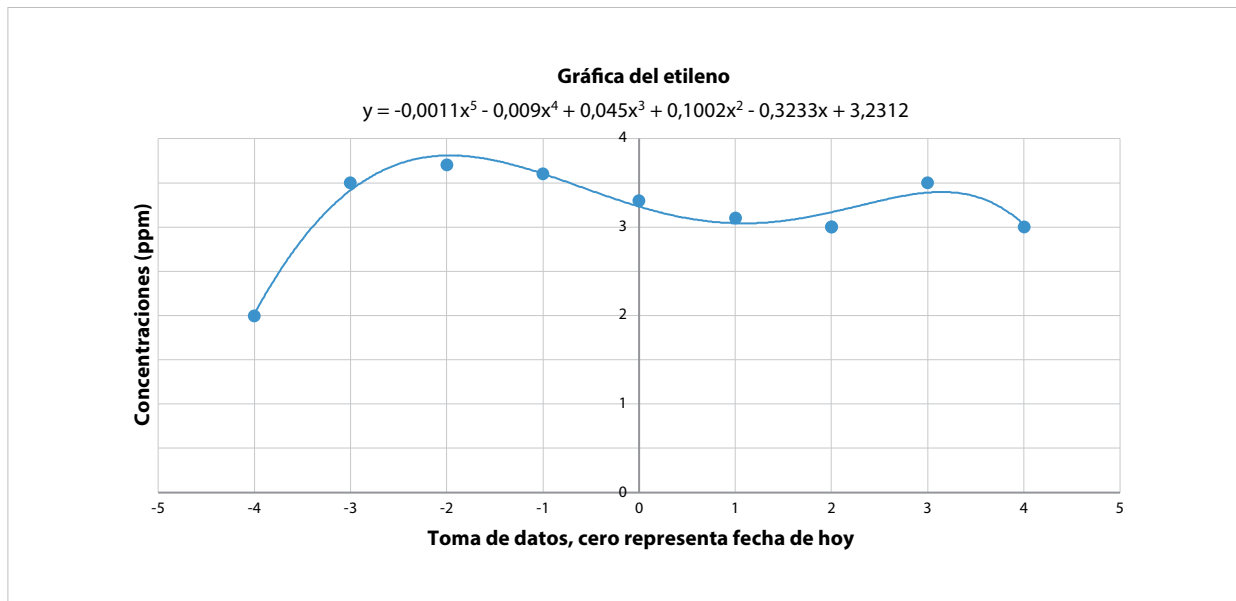


Nota: datos propios de la investigación.

“E: ¿Qué relación logran ver entre ambas gráficas? ¿En qué se parece la tangente y la gráfica?

A: Al menos en el dominio de -3 a 3 sirve para mostrar un comportamiento, o sea, modela entre comillas, el comportamiento en ese rango. Al menos en un intervalo tienen un comportamiento similar.

E: Ok, vamos a hacer lo mismo, pero con estas otras dos gráficas”. (Morales-Reyes, 2020, p. 73)

Figura 4. Gráfica dos del comportamiento del etileno.

Nota: elaboración propia.

E: Sería entonces igual determinar la ecuación de la recta tangente y luego graficarla.

A: La ecuación la voy a escribir

E: Si quisiera escribirla en la pantalla con el botón anotar podría hacerlo

A: Ok, sería esta [anotó en la pantalla $y = -0.3233 + 3.2313$]

E: ¿Por qué sabe qué es esa?

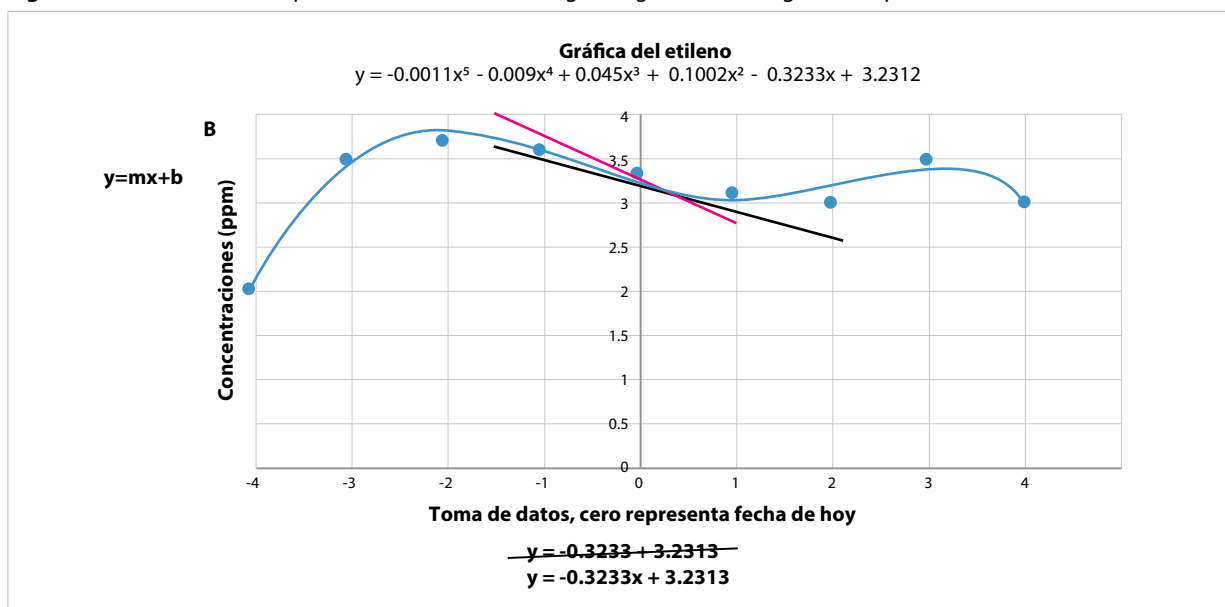
A: Porque apliqué el mismo procedimiento pasado, derivé y evalué en cero. El único valor que queda es -0.3233 . ¡Ah perdón acá hay un error! [en ese momento se dio cuenta que había omitido la variable dependiente de la ecuación y luego anotó $y = -0.3233x + 3.2313$]

E: ¿Cómo quedaría si la graficamos en el mismo plano cartesiano?

A: Sería decreciente porque la pendiente es negativa [y traza la recta rosada]

E: ¿Y así como está sería tangente?

A: Diría que hay una tangencia local, es que difícil dibujar así, pero podría mejorarla [traza la recta negra]". (Morales-Reyes, 2020, pp. 73-74)

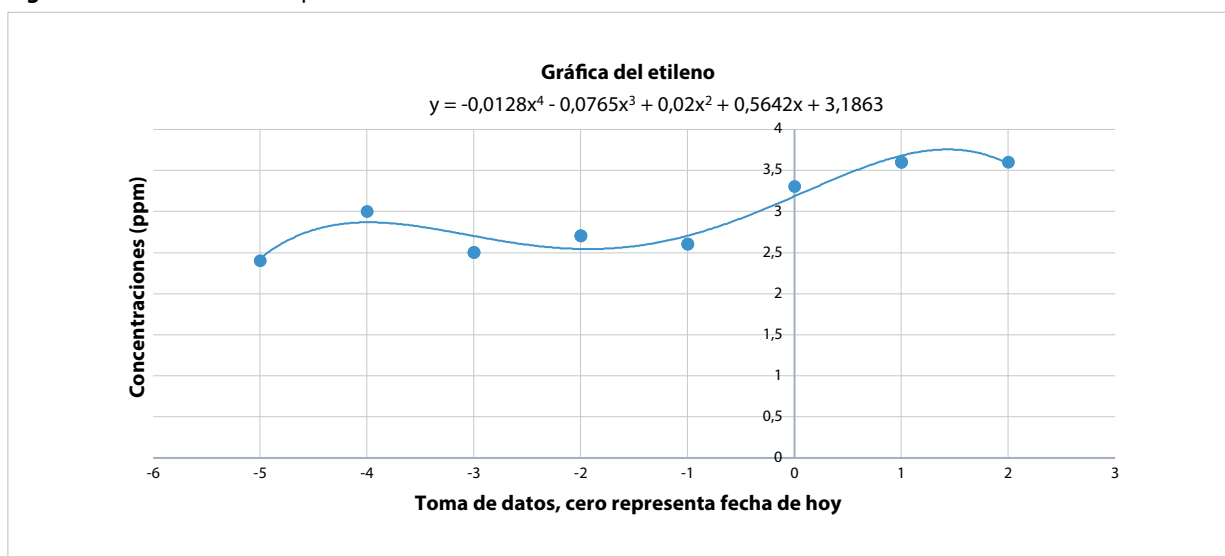
Figura 5. Resoluciones de la persona estudiante en la segunda gráfica de la segunda etapa.

Nota: datos propios de la investigación.

"E: ¿Qué relación logran ver entre ambas gráficas?"

A: En ambos ejemplos, en el centro de la curva, la curva agarra la tendencia de la derivada. En un intervalo que uno pueda definir se comportan igual.

E: Vamos ahora hacer lo mismo con esta última gráfica". (Morales-Reyes, 2020, p. 74)

Figura 6. Gráfica tres del comportamiento del etileno.

Nota: datos propios de la investigación.

A: La ecuación sería esta [anota en rosado $y = 0.5642x + 3.1863$]. Son los últimos términos del polinomio.

E: ¿Cómo sería su gráfica?

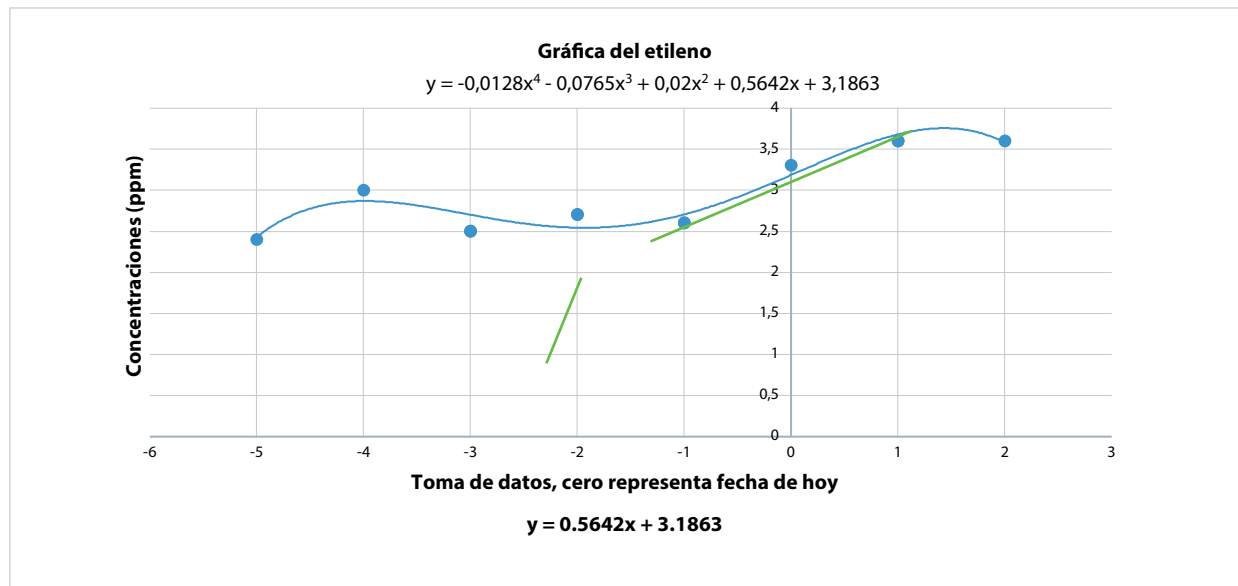
A: Esta está un poco más difícil, porque no hay una curvatura tan marcada. [Hace un intento de trazo, pero dista del punto de tangencia]

A: Esa de ahí puede ser, la última que dibujé.

E: ¿Cómo sabríamos que tiene esa forma?

A: Porque la pendiente es positiva e intercepción en 3.18". (Morales-Reyes, 2020, p. 75)

Figura 7. Resoluciones de la persona estudiante en la tercera gráfica de la segunda etapa.



Nota: datos propios de la investigación.

E: ¿Se cumple la característica que venían señalando?

A: En menor medida que las anteriores. Aunque la ecuación sí vuelve a ser los términos lineales.

E: ¿Por qué?

A: El rango es más corto, solo de -1 a 1 [refiriéndose al intervalo del dominio en el que la recta tangente se parece a la gráfica]. En intervalos cercanos al cero la recta tangente modela la misma tendencia. Es decir, la recta tangente se adapta, en un intervalo determinado, a la tendencia de la curva. Además, la que presenta un comportamiento más estable es la que tiene pendiente más cercana a cero, porque sería casi constante". (Morales-Reyes, 2020, pp. 75-76)

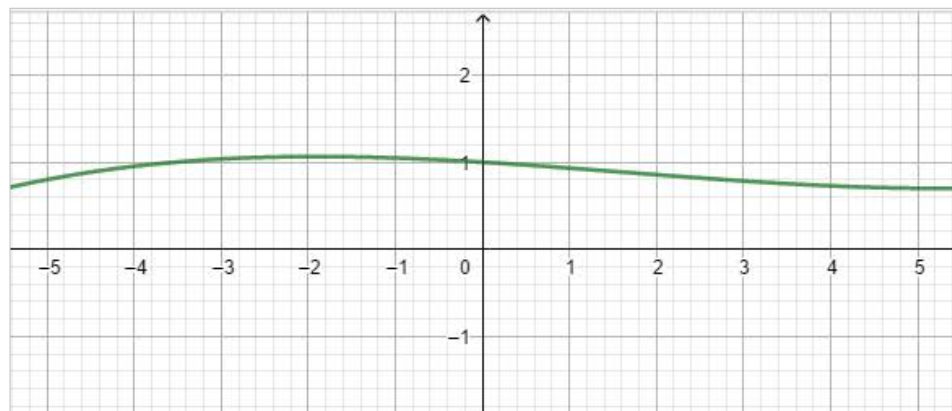
En la primera parte de la actividad, Morales-Reyes (2020) afirma que la persona estudiante identifica que la ecuación de la recta tangente corresponde a la parte lineal del polinomio, aunque inicialmente no logra percibirlo en la primera gráfica.

A medida que se le plantean preguntas sobre la relación entre la gráfica dada y la de la recta tangente, comienza a notar que ambas exhiben un comportamiento similar dentro de una vecindad centrada en el punto de tangencia. Conforme avanza la actividad, la persona estudiante llega a la conclusión de que la recta tangente puede utilizarse para modelar el comportamiento gráfico del gas.

Este razonamiento prepara el terreno para la segunda parte de la actividad, cuyo propósito es profundizar en el concepto de unidad. En esta fase, se busca determinar si la persona estudiante concibe la recta tangente como generadora del comportamiento de una curva en una vecindad alrededor de cero (Morales-Reyes, 2020). Para ello, se le proporciona la gráfica de un polinomio y, posteriormente, se modifican los signos de su parte lineal. A partir de este cambio, se le solicita predecir y describir la nueva gráfica resultante.

4. Sabiendo que la gráfica de la función $f(x) = 0.002x^3 - 0.01x^2 - 0.06x + 1$, adjunta modela el comportamiento de otro de los elementos químicos que componen el transformador, trace la representación que se obtendría al realizarse las siguientes modificaciones.

Figura 8. Gráfica del comportamiento de uno de los gases presente en la segunda parte de la segunda etapa del diseño.



Nota: elaboración propia.

a. $f(x) = 0.002x^3 - 0.01x^2 - 0.06x + 1$

"E: ¿Qué significaría ese cambio para efectos de la gráfica?

A: Vamos a ver [espera un momento] se invertirían, lo que está arriba en el lado negativo, digamos en la parte negativa de x , la gráfica sería cóncava hacia abajo y en la parte positiva hacia arriba. Cambiaría la orientación.

E: ¿Y por qué sabe eso?

A: Porque, por la pendiente de la recta. O sea, para que concuerde que sea decreciente debe ser así la recta tangente.

E: ¿Podría graficar para ver cómo está pensándolo?". (Morales-Reyes, 2020, p. 77)

Figura 9. Resoluciones de la persona estudiante en la segunda parte de la segunda etapa.



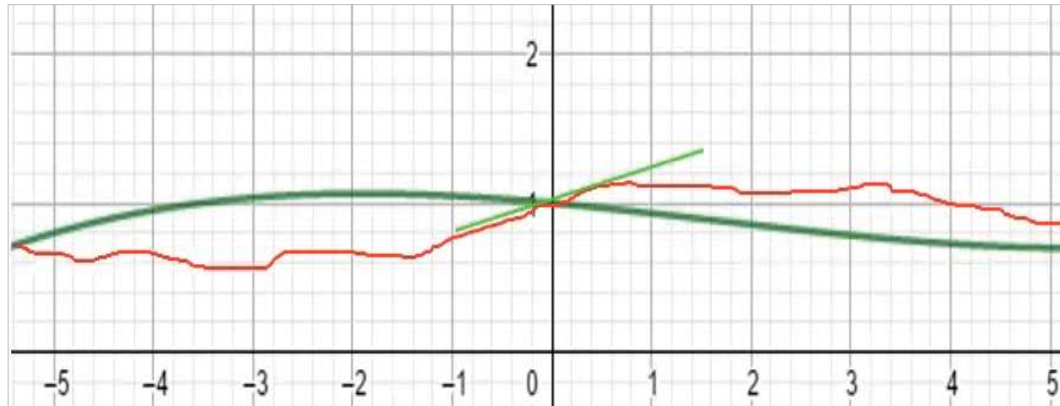
Nota: datos propios de la investigación.

"A: Sería algo así, es que lo estoy haciendo con el "Touchpad" [panel táctil de las computadoras que permite controlar el cursor] de la laptop, por eso queda así. Pero digamos ese es como mi razonamiento

E: ¿Qué fue lo que le orientó para que la gráfica fuera así?

A: La pendiente de la recta tangente básicamente, porque ahora es positiva. Como ahora es 0.6 positivo entonces sería así la recta tangente en cero [realiza la gráfica de la recta verde que se ve en la figura]". (Morales-Reyes, 2020, p. 77)

Figura 10. Resoluciones de la persona estudiante en la segunda parte de la segunda etapa.



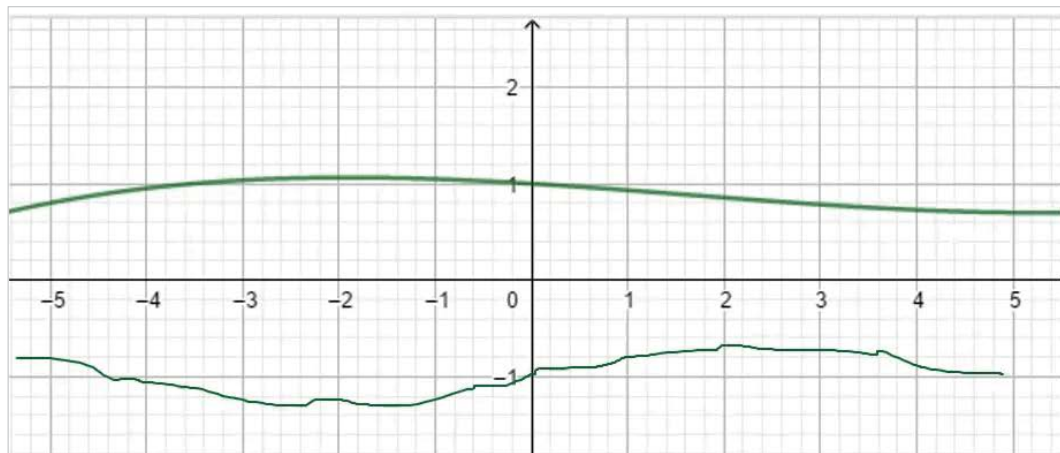
Nota: datos propios de la investigación.

b. $f(x) = 0.002x^3 - 0.01x^2 - 0.06x - 1$

"E: ¿Cómo sería en este caso?"

A: [Hay un momento de espera, mientras está analizando] Sería algo así [realizó la gráfica adjunta]" (Morales-Reyes, 2020, p. 78).

Figura 11. Resoluciones de la persona estudiante en la segunda parte de la segunda etapa.



Nota: datos propios de la investigación.

E: ¿Por qué sería así?

A: De nuevo por el 0.6.

E: ¿Y qué indica eso?

A: Ah pero ok, los dos son negativos, más bien entonces sería igual a la original solo que se trasladaría para intersectar en . La gráfica que hice sería la del inciso c, es decir, sería la de $f(x) = 0.002x^3 - 0.01x^2 + 0.06x - 1$. (Morales-Reyes, 2020, p. 78)

Figura 12. Resoluciones de la persona estudiante en la segunda parte de la segunda etapa.

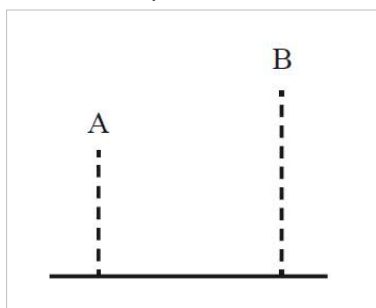


Nota: datos propios de la investigación.

El episodio de cambio es el último de la dialéctica exclusión-inclusión, en este se espera que se recurra solo a argumentos funcionales de la derivada. La actividad consiste en hacer una predicción del estado posterior del transformador, conociendo únicamente el comportamiento en un momento dado y la variación que se sucede en este.

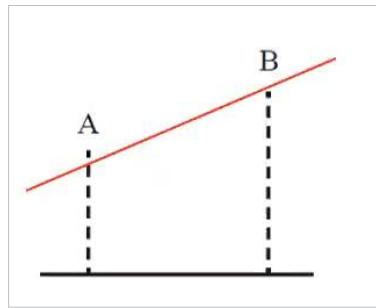
- En la siguiente figura, A y B representan el comportamiento del etileno en distintos momentos. Se supone que usted solo conoce A y el cambio de A a B (pero no B). Construya un modelo que le permita predecir B a partir de esos datos.

Figura 13. Esquema de comportamiento de la tercera etapa.



Nota: elaboración propia.

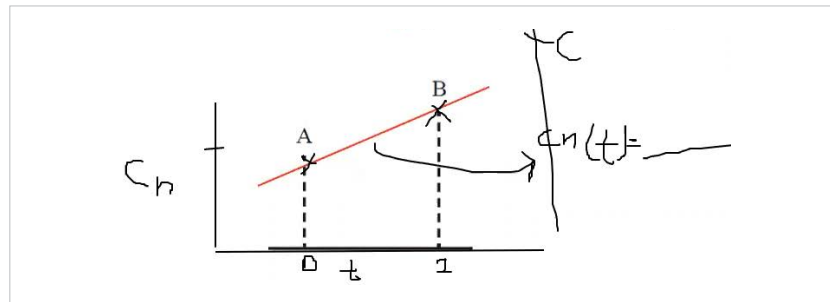
"A: A mí se me ocurre eso [traza la recta roja], simplemente ver la tendencia de A y B, y sacar una regresión lineal, que en palabras muy ingenieriles es una regla de tres" (Morales-Reyes, 2020, p. 80).

Figura 14. Resoluciones de la persona estudiante en la tercera etapa.

Nota: datos propios de la investigación.

"E: ¿cómo lo haría?"

A: Lo que haría es tratar de asociar la altura de A a un valor [traza un eje vertical y uno horizontal]. Y como es en diferentes momentos es dependiente del tiempo [etiqueta el eje horizontal con t] y el comportamiento de etileno es concentración [etiqueta el eje vertical con C] entonces así tendría pares ordenados, y si nombro A tiempo cero y B tiempo uno, con eso podría sacar la concentración en función tiempo". (Morales-Reyes, 2020, p. 80)

Figura 15. Resoluciones de la persona estudiante en la tercera etapa.

Nota: datos propios de la investigación.

6. Suponga que ahora se desconoce el comportamiento gráfico del etileno. Sabiendo que los datos se tomaron cada seis meses, que una de las concentraciones fue de 6.02ppm y que la variación de ese punto a otro es de 2.7, entonces, prediga qué concentración se tendría tres meses después.

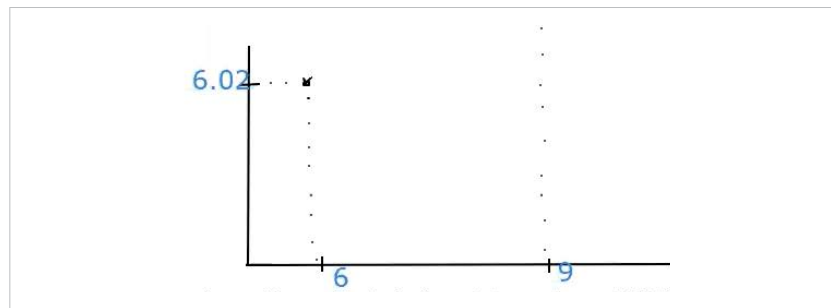
"A: Bueno, lo primero es que como uno solo tiene un dato tendría que asumir una tendencia."

E: ¿y cómo a qué se refiere?"

A: Como por ejemplo ahorita, en el ejemplo anterior, asumimos una tendencia lineal. Porque si tuviera varios datos sabría cómo se comporta esa concentración a lo largo de esos seis meses, pero sino tendría que asumir una."

E: ¿Y entonces qué se podría hacer?"

A: De momento lo que se ocurre es tratar de verlo gráficamente [realiza una gráfica]. Este punto es de los seis meses [y realiza el asterisco de la figura] y el de los nueve meses está acá, ya sea que suba o baje". (Morales-Reyes, 2020, p. 81)

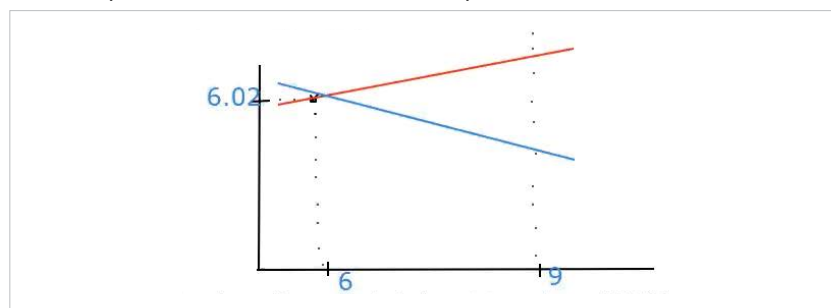
Figura 16. Resoluciones de la persona estudiante en la tercera etapa.

Nota: datos propios de la investigación.

"A: Lo que aun no entiendo es cómo interpretar el valor de 2.7, me imagino que debe ser como lo que estábamos haciendo ahora, sabiendo la orientación de la recta tangente tal vez podría intuir algo."

E: Ok, entonces está claro de que no se sabe que pasará a los nueve meses, si habrá una concentración de más de 6.02ppm o de menos de 6.02ppm. ¿Qué pasaría si supiera la pendiente de la tangente que pasaría?"

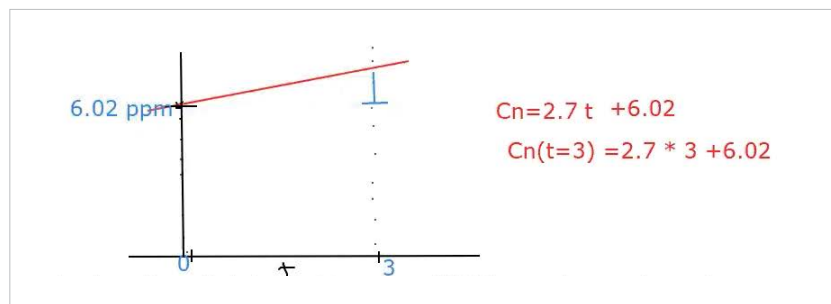
A: Sabría el signo de la pendiente y ya con eso trazo una recta. Ya sea algo así... o así [traza dos rectas]". (Morales-Reyes, 2020, p. 81)

Figura 17. Resoluciones de la persona estudiante en la tercera etapa.

Nota: datos propios de la investigación.

"E: ¿Y cómo se obtiene la pendiente de una recta tangente?"

A: Voy a volver a construir la gráfica más bonita, pero iniciando en cero. La pendiente de la recta tangente es la derivada, entonces sé que sería creciente [realiza otra gráfica]" (Morales-Reyes, 2020, p. 82).

Figura 18. Resoluciones de la persona estudiante en la tercera etapa.

Nota: datos propios de la investigación.

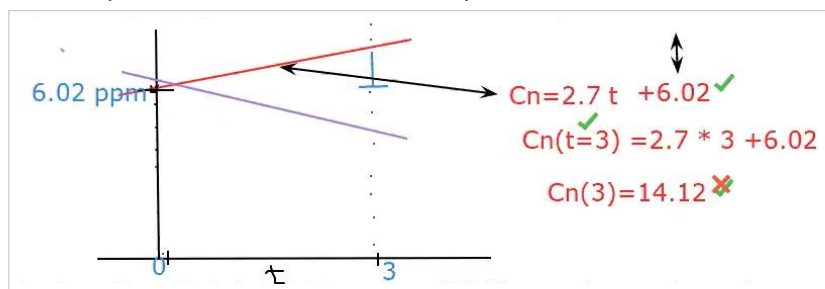
"E: ¿Podría explicarme un poco qué fue lo que hizo?"

A: Lo que hice fue expresar la ecuación de esa recta tangente. Antes había puesto medidas seis y nueve, pero era más engorroso, entonces era más fácil poner la medida en cero. Como sabemos que en el tiempo cero tengo una concentración de 6.02, entonces ese 6.02 va a ser el intercepto de la ecuación de la recta tangente y el 2.07 es el cambio, es decir, va a ser la pendiente, entonces fue como hice esa ecuación [marca con un "check" color verde la ecuación $C_n = 2.7t + 6.02$]. Y ya después como dicen que evalúe la concentración tres meses después, simplemente fue evaluar en $t=3$ [realiza otro "check" verde, esta vez sobre $C_n(t=3)$]

E: ¿Qué pasaría si la pendiente es -2.7?

A: Montaría la misma ecuación solo que con pendiente negativa. Y en ese caso habría una menor concentración después de tres meses". (Morales-Reyes, 2020, pp. 82-83)

Figura 19. Resoluciones de la persona estudiante en la tercera etapa.



Fuente: datos propios de la investigación.

Esta sección corresponde a la fase final del diseño, es decir, a la manifestación del cambio. Desde el inicio de la actividad, la persona estudiante moviliza resignificaciones de la recta tangente y recurre a la aproximación lineal como estrategia de resolución. A pesar de haber estudiado el polinomio de Taylor en sus cursos de cálculo y de que podría utilizarlo para estimar el comportamiento del gas —considerando que representa los tres meses transcurridos desde la toma de datos inicial y estableciendo una aproximación lineal con el primer dato como tiempo cero— este no es el método que elige. En su lugar, la persona estudiante opta por trazar una recta tangente para predecir el comportamiento del gas en el estado posterior solicitado.

Además, emplea la fórmula de la pendiente para construir una ecuación que le permita realizar la predicción. En otras palabras, al reconocer que los datos se recopilan cada seis meses y que la predicción corresponde a tres meses después, la persona estudiante aprovecha la relación entre la recta tangente y la gráfica que modela el comportamiento real del gas en ese intervalo. Este resultado evidencia la manera en que el tránsito entre las situaciones propicia el surgimiento de resignificaciones de usos de la derivada, particularmente como una herramienta clave para la predicción de comportamientos futuros del gas.

A manera de resumen, la tabla 3 muestra las argumentaciones emergentes en cada una de las situaciones desarrolladas.

Tabla 3.

Relación entre la fundamentación teórica del diseño y las argumentaciones emergentes

Leyes de la dialéctica	Confrontación	Unidad	Cambio
Número de actividad	1, 2 y 3.	4	5 y 6
Resignificaciones	Traza rectas tangentes como orientación para determinar comportamientos estables del gas.	Reconoce la recta tangente como generadora de comportamientos tendenciales.	Predicción de estados posteriores del comportamiento del gas.

Nota: adaptada de Morales-Reyes (2020).

CONCLUSIONES

Este trabajo exploró los procesos mediante los cuales el estudiantado valora los distintos usos de la derivada a medida que avanza desde interpretarla como la pendiente de una recta tangente hasta resignificarla como una herramienta para hacer predicciones, analizar comportamientos tendenciales y expresar relaciones analíticas.

Con el fin de abordar esta cuestión, se diseñó una situación escolar de socialización que se basó en escenarios de variación, aproximación y transformación (Mendoza et al., 2022) y bajo una perspectiva de dialéctica exclusión e inclusión (Soto y Cantoral, 2014), con el objetivo de facilitar la resignificación de usos de la derivada. De este modo, se crearon seis actividades orientadas al análisis del comportamiento gráfico de los gases en un transformador eléctrico.

Este estudio se enmarca en la segunda línea de trabajo del programa SOLTSA, desarrollado por Cordero (2023) y constituye el segundo diseño realizado desde la perspectiva dialéctica. A diferencia del primer estudio (Medina, 2019), que se centró en deconstruir los significados tradicionales que sostienen el profesorado de matemáticas sobre la media aritmética, la presente investigación se orienta al concepto de derivada y tiene como población objetivo el estudiantado de ingeniería. De este modo, se amplía lo desarrollado en el estudio anterior, al explorar un nuevo objeto matemático y una población distinta, lo que permite profundizar en la aplicación y alcance de la perspectiva dialéctica en contextos educativos diversos.

En la elaboración del diseño, dos elementos clave —las categorías de conocimiento matemático, abordadas a través de los distintos usos de la derivada, y la dialéctica exclusión-inclusión— permitieron identificar los procedimientos, significados e instrumentos esenciales para promover el surgimiento de nuevas argumentaciones y facilitaron la valoración de los diferentes usos del conocimiento matemático. Estos aspectos contribuyen a establecer conexiones con los contextos profesionales y permiten atender dimensiones que, tradicionalmente, han sido poco exploradas en la didáctica del cálculo y que en los últimos años han cobrado relevancia debido al creciente interés por la modelación matemática en la educación (véase, por ejemplo, Biza et al., 2016; Cordero et al., 2015; Schukajlow et al., 2018).

Además, el objetivo del diseño de generar nuevas argumentaciones se evidenció mediante las leyes de la dialéctica exclusión-inclusión (Morales-Reyes, 2020). En este proceso, el paso entre las situaciones de aproximación, transformación y variación favoreció el debate sobre los funcionamientos y las formas de los usos de la derivada (Mendoza et al., 2022). Durante la confrontación, se destacó la necesidad de trazar rectas tangentes para analizar el comportamiento de los gases en el transformador. En la unidad, la recta tangente permitió organizar dicho comportamiento. Finalmente, en la fase de cambio, se valoraron los aspectos funcionales de la recta tangente al considerarla una herramienta clave para predecir el estado futuro del transformador mediante una aproximación lineal.

Este análisis mostró los procesos de valoración de los usos (Cordero, 2023) que experimenta el estudiantado de Ingeniería Química al resignificar la derivada (Morales-Reyes, 2020). Asimismo, se comprobó que la transversalidad entre las situaciones planteadas en el diseño escolar facilitó la emergencia de nuevas resignificaciones de la derivada. En la etapa final del diseño, durante el cambio, se observó la interacción entre las argumentaciones de la Construcción Social del Conocimiento Matemático (CSCM) y las del discurso Matemático Escolar (dME), lo que posibilitó una valoración horizontal de los saberes.

La articulación de las categorías de conocimiento matemático y la dialéctica exclusión-inclusión resultó clave en la valoración de los usos de la derivada (Morales-Reyes, 2020). Los procesos de valoración se estructuran en tres etapas fundamentales: confrontación de contrarios, unidad y cambio. Este último proceso posibilita el tránsito entre el discurso Matemático Escolar y la Construcción Social del Conocimiento Matemático (Soto y Cantoral, 2014), incorporando elementos que trascienden la matemática escolar tradicional. De tal manera que un hallazgo central de este estudio es la creación de un diseño escolar que incorpora un marco de referencia usualmente ausente en la práctica docente. Este diseño no solo facilita la emergencia de nuevas resignificaciones de los usos de la derivada, sino que también promueve una relación recíproca (Cordero, 2023) entre la matemática escolar y la realidad.

Adicionalmente, desde el punto de vista de las ciencias de la educación, este trabajo aporta un marco metodológico y conceptual para el diseño de experiencias de enseñanza que integren la matemática con otras disciplinas, fortaleciendo su relevancia en la formación profesional. Además, plantea la necesidad de repensar el currículo universitario desde una perspectiva que promueva la resignificación de los objetos matemáticos a través de su uso en contextos auténticos, superando la simple reproducción de procedimientos matemáticos.

Así, una proyección de esta investigación consiste en implementar el diseño de situación escolar en un curso de cálculo universitario, una vez abordada la derivada desde el enfoque convencional. Esto permitiría analizar, en un contexto curricular real, las fortalezas y limitaciones del diseño en cuanto a su capacidad para favorecer la resignificación de los usos de la derivada. Para ello, se propone establecer una alianza entre personas docentes e investigadoras que permita no solo coordinar su puesta en práctica, sino también enriquecer el análisis desde una mirada pedagógica y epistémica compartida.

En una segunda fase, desde el programa SOLTSA, se considera que las categorías de conocimiento matemático empleadas en este estudio pueden trasladarse a otros niveles educativos. Aunque no se plantea introducir formalmente la derivada en la educación primaria, sí se visualiza la posibilidad de trabajar con nociones como la predicción o los comportamientos tendenciales, permitiendo así el desarrollo temprano de formas funcionales de pensar matemáticamente, más cercanas a la experiencia y comprensión del estudiantado.

Finalmente, una proyección clave se relaciona con el rol del profesorado en la incorporación de estas propuestas. Resulta necesario investigar cómo se forma, qué valor asigna a los aspectos epistemológicos del saber matemático y de qué manera puede asumir un papel activo en la transformación del discurso escolar. Estas líneas de trabajo abren el camino hacia el diseño de procesos de formación inicial y permanente que reconozcan la importancia de articular la matemática escolar con saberes socialmente significativos, promoviendo una enseñanza más contextualizada y crítica.

En síntesis, un hallazgo central de esta investigación es que el diseño escolar propuesto constituye un marco de referencia didáctico que, al estar ausente en la práctica docente tradicional (Hochmuth, 2020; Mendoza et al., 2022; Rasmussen et al., 2014), resulta clave para transformar la relación entre la matemática escolar y la realidad profesional. Este tipo de propuestas permite avanzar hacia una enseñanza universitaria más situada, crítica y significativa, contribuyendo así al fortalecimiento del campo de la investigación educativa.

CONTRIBUCIÓN DE LAS PERSONAS AUTORAS

José Luis Morales Reyes: conceptualización, curación de datos, análisis formal, investigación, metodología, administración del proyecto, validación, visualización, redacción - borrador original, redacción - revisión y edición.

Francisco Cordero Osorio: conceptualización, curación de datos, análisis formal, metodología, administración del proyecto, supervisión, validación, visualización, redacción - revisión y edición.

REFERENCIAS

- Acevedo, J., y Rodríguez, R. (2019). Mathematical modeling in the educational field: A systematic literature review. In M. Conde, F. Rodríguez, C. Fernández, y F. García-Peñalvo (Eds.), *Proceedings of the 7th International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality* (pp. 718–725). Association for Computing Machinery. <https://doi.org/10.1145/3362789.3362811>
- Biza, I., Giraldo, V., Hochmuth, R., Khakbaz, A. S., y Rasmussen, C. (2016). *Research on teaching and learning mathematics at the tertiary level. ICME-13 Topical Surveys*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-41814-8>

- Borromeo, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-68072-9>
- Bressoud, D., Ghedamsi, I., Martínez-Luaces, V., y Törner, G. (2016). *Teaching and learning of calculus. ICME-13 topical surveys*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32975-8_1
- Buendía, G., y Cordero, F. (2005). Prediction and the periodical aspects as generators of knowledge in a social practice framework. A socioepistemological study. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 299–333. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-2295-5>
- Cantoral, R. (2019). Socioepistemology in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 1–7). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77487-9_100041-1
- Cantoral, R., Moreno, A., y Caballero, M. (2018). Socio-epistemological research on mathematical modelling: An empirical approach to teaching and learning. *ZDM Mathematics Education*, 50, 77–89. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0922-8>
- Cordero, F. (2023). *Matemáticas, sus usos y significados. Un programa socioepistemológico de la Matemática Educativa*. Gedisa.
- Cordero, F., y Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar. Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)*, 10(1), 7–38. <https://relime.org/index.php/relime/article/view/417>
- Cordero, F., Del Valle, T., y Morales, A. (2019). Usos de la optimización de ingenieros en formación: El rol de la ingeniería mecatrónica y de la obra de Lagrange. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)*, 22(2), 185–212. <https://doi.org/10.12802/relime.19.2223>
- Cordero, F., Gómez, K., Silva-Crocci, H., y Soto, D. (2015). *El discurso matemático escolar: La adherencia, la exclusión y la opacidad*. Gedisa.
- Cordero, F., Mendoza, J., Pérez, I., Huincahue, J. y Mena, J. (2022). A category of modelling: The uses of mathematical knowledge in different scenarios and the learning of mathematics. In M. Rosa, F. Cordero, D. Clark y P. Carranza (Eds.), *Mathematical Modelling Programs in Latin America* (pp. 247–267). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-04271-3_12
- Guber, R. (2011). *La etnografía: Método, campo y reflexividad*. Siglo XXI.
- Hochmuth, R. (2020). Service-courses in university mathematics education. In S. Lerman. (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 770–774). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100025
- Medina, D. (2019). *Transformación educativa del docente de matemáticas. Un episodio: El uso de la compensación como una resignificación de la media aritmética*. [Tesis doctoral no publicada, Cinvestav-IPN].
- Mendoza, J., Cordero, F., Solís, M. y Gómez, K. (2018). El uso del conocimiento matemático en las comunidades de ingenieros. Del objeto a la funcionalidad matemática. *Bolema – Boletim de Educação matemática*, 32(62), 1219–1243. <http://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a23>
- Mendoza, J., Morales-Reyes, J.L., Giacoletti F. y Cordero, F. (2022). Category of modeling and reproduction of behaviors in other disciplines. The teaching of mathematics in engineering. In M. Rosa, F. Cordero, D. Clark y P. Carranza (Eds.), *Mathematical Modelling Programs in Latin America* (pp. 291–317). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-04271-3_14
- Morales-Reyes, J. L. (2020). *Resignificación de los usos de la derivada en un diseño escolar con perspectiva de dialéctica exclusión-inclusión: Predicción, comportamiento tendencial y analiticidad* [Tesis de maestría, Cinvestav-IPN]. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.19641.48481>
- Morales-Reyes, J.L. y Cordero, F. (2020). Resignificación de la derivada en un diseño escolar con perspectiva de dialéctica exclusión-inclusión: Un estudio socioepistemológico. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 33(1), 453–461. https://clame.org.mx/documentos/alme33_1.pdf
- Moschkovich, J. (2019). A naturalistic paradigm: An introduction to using ethnographic methods for research in mathematics education. In G. Kaiser y N. Presmeg (Eds.), *Compendium for Early Career Researchers in Mathematics Education* (pp. 59–79). ICME-13 Monographs. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15636-7>

- Park, J. (2013). Is the derivative a function? If so, how do students talk about it? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(5), 624–640. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.795248>
- Park, J. (2016). Communicational approach to study textbook discourse on the derivative. *Educational Studies in Mathematics*, 91, 395–421. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9655-6>
- Pérez-Oxté, I. y Cordero, F. (2016). Una epistemología basada en la transversalidad de los usos de la gráfica de una comunidad de ingenieros químicos industriales. En F. Rodríguez, R. Rodríguez y L. Sosa (Eds.), *Investigación e Innovación en Matemática Educativa* (pp. 24–30). Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa A. C. <https://bit.ly/3HAdUXZ>
- Pérez-Oxté, I. y Cordero, F. (2022). Modelling and anticipation of graphical behaviors in industrial chemical engineering: The role of transversality of knowledge in learning mathematics. In M. Rosa, F. Cordero, D. Clark y P. Carranza (Eds.), *Mathematical Modelling Programs in Latin America* (pp. 269–290). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-04271-3_13
- Rasmussen, C., Marrongelle, K., y Borba, M.C. (2014). Research on calculus: What do we know and where do we need to go? *ZDM Mathematics Education*, 46, 507–515. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0615-x>
- Rosa, M., Cordero, F., Clark, D. y Carranza, P. (Eds.). (2022). *Mathematical modelling programs in Latin America*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-04271-3>
- Rosado, M. y Cordero, F. (2006). Una resignificación de la derivada. El caso de la linealidad del polinomio en la aproximación socioepistemológica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 19, 793–799. <https://clame.org.mx/documentos/alme19.pdf>
- Schukajlow, S., Kaiser, G. y Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: A survey on the current state-of-the-art. *ZDM Mathematics Education*, 50, 5–18. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0933-5>
- Soto, D. (2014). *La dialéctica exclusión-inclusión entre el discurso matemático escolar y la construcción social del conocimiento matemático* [Tesis doctoral, Cinvestav-IPN]. <https://bit.ly/4kpPvDa>
- Soto, D. y Cantoral, R. (2014). El discurso matemático escolar y la exclusión. Una visión socioepistemológica. *Bolema - Boletim de Educação matemática*, 28(50), 1525–1544. <http://doi.org/10.1590/1980-4415v28n50a25>
- Stake, R. E. (2020). *Investigación con estudio de casos* (6ª ed.). Ediciones Morata. https://edmorata.es/wp-content/uploads/2022/06/STAKE.InvestigacionEstudioCasos_prw-1.pdf