

Prácticas argumentativas en la educación matemática costarricense

Argumentative Practices in Costa Rican Mathematics Education

Práticas argumentativas na educação matemática costarriquenha

Luis Fernando Ramírez Oviedo

Universidad Estatal a Distancia

San José, Costa Rica

lramirez@uned.ac.cr

 ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5557-7136>

Recibido – Received – Recebido: 16/10/2023 Corregido – Revised – Revisado: 25/02/2024 Aceptado – Accepted – Aprovado: 01/03/2024

DOI: <https://doi.org/10.22458/ie.v26i41.5018>

URL: <https://revistas.uned.ac.cr/index.php/innovaciones/article/view/5018>

Resumen: El objetivo de este escrito es presentar elementos por considerar en las prácticas argumentativas de docentes de Matemáticas de la enseñanza secundaria de Costa Rica en el 2023. Se abordan las diferentes nociones de argumentación y sus diferencias con explicar y demostrar. Costa Rica, al igual que muchos países pertenecientes a la OCDE, se enfrenta al reto de formar personas ciudadanas competentes en diferentes áreas del saber; una de ellas es la Matemática y dentro de esta se debe desarrollar la competencia de argumentar, entre otras. Sin embargo, los resultados alcanzados por el país en su última evaluación en las pruebas PISA (2018) no son buenos y tienen múltiples factores que se vinculan en el presente ensayo con datos de una experiencia piloto con docentes en ejercicio, graduados de diferentes universidades y que laboran en distintas instituciones, sobre sus creencias acerca de la argumentación. Finalmente, se revisa la importancia de fomentar la argumentación desde la formación inicial de docentes en las universidades públicas del país. La principal conclusión hallada destaca la necesidad de formar profesionales con una noción amplia de argumentación, con experiencias y modelos que le permitan desarrollar una mediación pedagógica de esta competencia en su labor docente.

Palabras claves: Argumentación, Competencias Matemáticas, Enseñanza Secundaria, Formación de Docentes, Enseñanza De Las Matemáticas.

Abstract: This paper aims to present the elements to be considered for the argumentative practices of high school mathematics teachers in Costa Rica in 2023. The paper explains and demonstrates the different notions of argumentation and their differences. Costa Rica, like many OECD countries, faces the challenge of educating competent citizens in different areas of knowledge, including mathematics, who in turn must develop the ability to argue. However, the results obtained by the country in the most recent assessment of the PISA tests (2018) were not good. The article reviews a pilot experience conducted with practicing teachers, graduates of different universities and working in different institutions, on their beliefs about argumentation. Finally, the article reviews the reasons why the country's public universities should promote the use of argumentation from the beginning of teacher training. The main conclusion highlights the need to train professionals who are able to argue through experiences and models that develop a pedagogical mediation of argumentation in their teaching work.

Keywords: Argumentation, Mathematical Literacy, Secondary Education, Teacher Education, Mathematics Education.

Resumo: O objetivo deste escrito é apresentar elementos a considerar nas práticas argumentativas dos docentes de matemática do ensino secundário na Costa Rica em 2023. São abordadas as diferentes noções de argumentação e suas diferenças com a explicação e a demonstração. A Costa Rica, como muitos países pertencentes à OCDE, enfrenta o desafio de formar cidadãos competentes em diferentes áreas do saber; uma delas é a matemática e dentro desta deve ser desenvolvida a competência de argumentação, entre outras. Contudo, os resultados alcançados pelo país na sua última avaliação nos testes PISA (2018) não são bons e possuem múltiplos fatores que se vinculam neste ensaio com dados de uma experiência piloto com docentes em exercício, graduados de diferentes universidades e que trabalham em diferentes instituições, sobre suas crenças sobre a

argumentação. Por fim, é revisada a importância de fomentar a argumentação desde a formação inicial de docentes nas universidades públicas do país. A principal conclusão encontrada destaca a necessidade de formar profissionais com noção ampla de argumentação, com experiências e modelos que lhes permitam desenvolver uma mediação pedagógica desta competência no seu trabalho docente.

Palavras-chave: Argumentação, Competências Matemáticas, Ensino Secundário, Formação de Docentes, Ensino De Matemática.

INTRODUCCIÓN

En los procesos de enseñanza de la Matemática de diferentes países, se sigue la argumentación como un proceso a desarrollar en el estudiantado; por ejemplo, según los principios y estándares de la National Council of Teachers of Mathematics (2000): “los estudiantes necesitan explicar y justificar su pensamiento y aprender a detectar falacias y criticar el pensamiento de los demás [...] necesitarán tiempo, muchos, variados y ricas experiencias, y orientación para desarrollar la capacidad de construir argumentos válidos” (p. 188). Por otro lado, dentro de las competencias generales definidas por el proyecto Programme for International Student Assessment (PISA) de la Organización para la Cooperación Económica y Desarrollo (OECD), pensar y razonar es seguido por argumentar y este, a su vez, es seguido por comunicar; por tanto, se espera que las personas estudiantes a nivel mundial se encuentren alfabetizadas matemáticamente, de modo que desarrollen un proceso argumentativo a partir de cadenas de razonamiento, expresadas o comunicadas a través de un discurso escolar (OECD, 2004).

En Costa Rica, a partir del 2012, con el rediseño de los Programas de Estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEP), se establece el *razonamiento y la argumentación* como uno de los cinco procesos principales para el desarrollo de habilidades matemáticas en personas educandas costarricenses (Ministerio de Educación Pública, 2012), pero qué significa argumentar en general, qué significa argumentar en la clase de Matemática, qué entiende el MEP por argumentación y qué entienden las personas docentes. Si se revisan los programas de matemáticas vigentes, respecto al proceso de razonar y argumentar, el MEP señala lo siguiente:

Se trata de actividades mentales que aparecen transversalmente en todas las áreas del plan de estudios y que desencadenan formas típicas del pensamiento matemático: deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificaciones, pruebas, uso de ejemplos y contraejemplos. Busca desarrollar capacidades para permitir la comprensión de lo que es una justificación o prueba en matemática, para desarrollar y discutir argumentaciones matemáticas, para formular y analizar conjeturas matemáticas, para usar fórmulas o métodos matemáticos que permitan la comprensión o desarrollo de informaciones presentes. (Ministerio de Educación Pública, 2012, p. 24)

Esta descripción que brinda el MEP coincide con la competencia de *razonamiento matemático: evaluar y producir justificaciones de afirmaciones matemáticas* de (Niss y Højgaard, 2019), la cual posee muchas aristas y se presta para múltiples interpretaciones de la argumentación. Por un lado, destaca procesos matemáticos como la prueba o demostración basados en la lógica formal; mientras que, por otro, destaca el uso de ejemplos, contraejemplos y conjeturas que se acercan un poco más a la retórica para el convencimiento basado en inferencias.

Desde la filosofía, la argumentación en un sentido general es vista como “razonamiento mediante el cual se intenta probar o refutar una tesis, convenciendo a alguien de la verdad o falsedad de la misma” (Ferrater-Mora, 1978, p. 119), y desde esta perspectiva, las prácticas argumentativas son vistas como procesos tanto de índole académico como profesional y de uso cotidiano en las interacciones sociales más simples. En el ámbito social, se deben presentar argumentos que sustenten el razonamiento y respalden los puntos de vista cada vez que se tiene un debate con familiares, amigos o compañeros sobre

cualquier tema; quizás las conversaciones más comunes son sobre: política, deportes y religión o, al menos, las que más impulsan a argumentar en el día a día.

Desde lo profesional, se argumenta tratando de convencer a colegas, clientes u otras personas acerca de la calidad de producto, la importancia de un nuevo proyecto o en el caso del derecho, sobre la inocencia o culpabilidad de una persona acusada. En el ámbito académico, al escribir un ensayo científico, se exponen argumentos que sustenten una tesis o punto de vista de un tema. Todas las personas exponen sus argumentos en los diferentes contextos diariamente, sin embargo, ¿tienen conocimiento sobre el proceso argumentativo? En muchos casos puede que no sea así, no obstante, las experiencias en otros debates les inducen cómo actuar.

Esta concepción general de argumentación no es ajena a clase de Matemática, pero ¿será equivalente a otras nociones? Conocer los diferentes puntos de vista sobre la argumentación es fundamental, ya que, como señala Ríos-Cuesta (2023): “coexisten diversas posturas sobre lo que se entiende como argumentación, cada una de ellas depende de la perspectiva teórica y epistemológica del investigador y del propósito dentro de la actividad que desarrollan” (p. 74). Las personas docentes deben tener claridad acerca de las posturas que se han expresado a través de los años sobre la argumentación puntualmente en el campo de la educación matemática, ya que los Programas de Estudio de Matemáticas del MEP incorporan la argumentación como proceso a desarrollar, no obstante, su instrucción para las personas docentes no profundiza en este constructo.

Un primer elemento por considerar sobre la argumentación es que existen diferencias entre explicar, argumentar y demostrar. Duval (1993) y Balacheff (2000) establecen que una explicación proporciona una o más razones para hacer inteligible un hecho, pero estas razones en realidad tienen una función informativa; contribuyen a la representación del sistema de relaciones en el que los datos por explicar ocurren o encuentran su lugar; mientras que la argumentación es un discurso del razonamiento, que muestra pruebas con el objetivo de establecer la credibilidad y la persuasión sobre una aseveración. Finalmente, la demostración (matemática) es un proceso basado en la lógica formal y busca la verdad, no absoluta, pero consistente en un marco de referencia específico o axiomático en la comunidad matemática.

Ahora bien, es posible delimitar la argumentación al campo de la Matemática:

... definimos la argumentación matemática como aquel tipo de argumentación que se desarrolla dentro de la actividad matemática y en la que la ley de paso se apoya en elementos del conocimiento matemático, requiriéndose la capacidad de comprender o de producir una relación de justificación entre proposiciones que sea de naturaleza deductiva y no sólo semántica. (De Gamboa et al., 2010, p. 37)

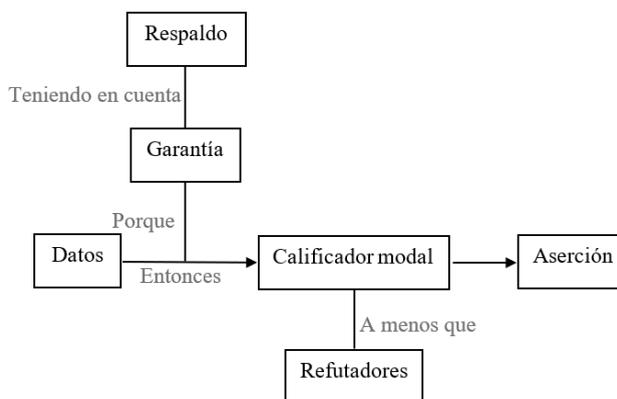
La definición que presentan De Gamboa et al. (2010) parece converger a lo que Duval (1993) y Balacheff (2000) clasifican como demostración matemática. En esta noción de argumentación, se resta importancia a la semántica y se apuesta por la lógica formal. Por otro lado, Crespo et al. (2010) describen la argumentación como una práctica sociocultural de la comunidad matemática, que permite la construcción social del conocimiento:

El conocimiento matemático que se construye por medio de esta práctica social debe ser entendido en la actividad humana de demostrar, comprendiendo a la práctica social en su función normativa. Es la argumentación, la que es construida en el escenario sociocultural y que se manifiesta en la práctica social de la demostración. La argumentación matemática se refleja en la práctica social de la demostración. (p. 287)

Por su parte, Weston (2006) menciona que la argumentación puede desarrollarse tanto desde la semántica como desde la lógica deductiva, estas dos aristas coinciden con lo señalado por Duval (1993) y Balacheff (2000) como argumentación y demostración respectivamente. Si bien existen diferencias y semejanzas entre las perspectivas teóricas sobre la noción de argumentación, es importante conocer las formas en que se concibe y sus funciones, independientemente de si el lector se decanta por una u otra.

En los párrafos previos, se mencionaron algunas características de la argumentación, sin embargo, aún no se tiene claridad sobre cómo se deben analizar las prácticas argumentativas. Un constructo que puede aportar luz en este sentido es el modelo argumentativo de Toulmin. El filósofo británico Stephen Toulmin desarrolló en 1958 un modelo argumentativo en el cual señala que la argumentación consiste en toda la actividad de hacer aserciones, desafiarlas, apoyarlas con razones, criticar esas razones, rebatir esas críticas y así sucesivamente (Toulmin et al., 1984). Este modelo es aplicable a diferentes área del saber cómo la Enseñanza de la Ciencias (Pinochet, 2015), el derecho penal (Mejía, 2021) y la educación matemática (Krummheuer, 1995, citado por Ríos-Cuesta, 2021).

Figura 1
Modelo argumentativo de Toulmin



Nota: tomado de Ríos-Cuesta (2021).

El modelo argumentativo de Toulmin es un modelo lineal que ha permitido en la educación matemática, analizar los argumentos de estudiantes y, a su vez, establecer un punto de partida para la presentación de argumentos siguiendo una estructura pertinente. Este modelo resulta funcional, ya que dota de una estructura a la argumentación para que tanto docentes como estudiantes puedan organizar adecuadamente sus razonamientos. La falta de estructura o claridad de la noción de argumentación es un factor que afecta directamente el desarrollo de la clase, Solar y Deulofeu (2016) detectaron que las personas docentes tienen dificultad para reconocer la argumentación en el aula de Matemáticas y que tienden a confundir argumentación con explicación.

Como se ha señalado, la argumentación es parte de las habilidades que propone el MEP en sus programas; sin embargo, más de 10 años después de la entrada en vigor de estos programas surgen algunas cuestiones. ¿Cómo son las prácticas argumentativas de las personas docentes de secundaria del sector público de Costa Rica durante el año 2023? Responder a esta interrogante podría requerir de una profunda investigación de campo, sin embargo, en el presente ensayo, se expone la pertinencia de incorporar modelos argumentativos que apoyen la enseñanza y aprendizaje de la Matemática desde la formación inicial de futuros docentes y en la formación continua de docentes en ejercicio.

Luego de explorar las diferentes posturas sobre argumentación, en el primer apartado, se brindan los hallazgos y reflexiones preliminares derivados de la experiencia desarrollada con dos grupos de profesores en un taller piloto sobre la argumentación en la clase de Matemática y su relación con los Programas de Estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica al 2023. El taller fue desarrollado para un total de 20 docentes de secundaria; uno en zona urbana con 9 docentes (en Alajuela) y el otro en una zona rural con 11 docentes (en Limón). Posteriormente, en un segundo apartado, se establece la necesidad de incorporar al menos un modelo argumentativo en los cursos de formación de profesores de Matemática.

DESARROLLO DEL TEMA

Argumentación en la enseñanza media

La argumentación en la clase de Matemáticas es un proceso fundamental en todos los niveles educativos, desde la primaria hasta la universidad. Aunque los Programas de Estudio de Matemática del MEP establecen la argumentación como un proceso fundamental en la enseñanza media, los resultados obtenidos por Costa Rica en las pruebas PISA durante el año 2018 (última vez que se aplicaron estas pruebas en Costa Rica y a 5 años de la puesta en práctica de la reforma) son poco alentadores. “Antes del 2020, el país registraba una proporción importante de personas estudiantes en los niveles más bajos de desempeño según los resultados de ERCE 2019 y PISA 2018” (Consejo Nacional de Rectores [CONARE], 2023, p. 93). Particularmente en Matemáticas, la distribución porcentual de estudiantes en los niveles más bajos de desempeño en las competencias básicas evaluadas es de 86% en estudiantes de 15 años, dentro de las competencias básicas evaluadas por PISA se encuentran *pensar y razonar, argumentar y comunicar* entre otras. De modo que argumentar es una competencia, entre otras, en las que una muestra de estudiantes costarricenses no se ha desarrollado, a pesar de que forma parte de los procesos del programa a lo largo de toda la educación general básica.

Se espera que docentes de Matemática en todos los niveles generen tareas y actividades de mediación que potencien la argumentación. Sin embargo, no es tarea fácil, ya que se debe comprender adecuadamente cuáles son los elementos que deben estar presentes en un discurso argumentativo, para que sea considerado válido y sólido. Existen diferencias entre explicar, argumentar y demostrar (Balacheff, 2000; Duval, 1993) que las personas docentes deben tener en cuenta a la hora de fomentar estos procesos, no obstante, al recabar información mediante un diagnóstico de 20 personas docentes graduadas de diferentes universidades y sectores del país, 15 de ellas señalaron que no recibieron instrucción explícita sobre argumentación en su formación universitaria inicial y dos de las cinco personas docentes que señalaron haber recibido algún tipo de instrucción indicaron que fue a partir de demostraciones matemáticas.

En el mismo diagnóstico, algunas de las percepciones sobre la argumentación con mayor presencia (10 o más de 20) en las personas docentes con respecto a la argumentación son:

- Argumentar es equivalente a explicar.
- En Matemáticas se puede argumentar, pero también se puede demostrar, ya que son dos procesos diferentes.
- En la clase de Matemáticas se argumenta todos los días.
- Cada vez que resuelvo una ecuación o un problema en la pizarra estoy argumentando.

-La argumentación es un proceso que depende de una estructura.

-La argumentación es un proceso lógico deductivo.

-La argumentación puede desarrollarse de forma individual.

A pesar de que la mayoría de las personas docentes concuerdan con que la argumentación depende de una estructura, muy pocas lograron identificar elementos que componen un proceso argumentativo; de las 20 personas docentes, dos indicaron que la argumentación debe contener premisas, tres señalaron que debe contener fundamentos lógicos y los demás mencionaron palabras como “sentido común”, “claridad” o “comunicación”. Estos datos permiten entrever que sus prácticas argumentativas no poseen necesariamente un modelo o estructura clara. Al mismo tiempo, señalan que, cada vez que resuelven una ecuación, están argumentando o que en la clase de Matemáticas se argumenta todos los días. Sin embargo, la falta de una estructura o modelo parece indicar que la argumentación que están desarrollando en clase podría no alcanzar los requerimientos básicos para considerarse pertinente y adecuada.

La demostración matemática se considera en los programas de estudio del MEP como parte del proceso de razonar y argumentar (Ministerio de Educación Pública, 2012) y, en este sentido, algunas personas autoras consideran la demostración como un tipo de argumentación en la cual se hace uso de los principios de la lógica deductiva para validar proposiciones (Crespo, 2007; Weston, 2006). Sin embargo, para Duval (1993), existe una ruptura cognitiva entre la argumentación y la demostración, de donde resulta imperante conocer las diferentes posturas respecto a estos dos procesos que se deben abordar en las lecciones de Matemáticas, con la intención de que la persona estudiante alcance un proceso de enseñanza y aprendizaje mucho más rico, que la acerque más a conocer los objetos matemáticos y su epistemología.

No obstante, para Inglis y Mejía-Ramos (2005), el modelo de Toulmin implementado con sus seis componentes permite modelar argumentos matemáticos muy cercanos a la demostración deductiva, debido a que, a través de los calificadores modales y los refutadores, se consigue abordar conjeturas con un mayor grado de certeza. Al mismo tiempo, para Boero et al. (2010), el modelo de Toulmin permite analizar la argumentación eficientemente, porque este permite realizar análisis en dos vías: análisis estructural y análisis del sistema de referencia, donde puede existir continuidad entre argumento y demostración, si se basan en un mismo sistema de referencia con los mismos soportes o garantías y si ambos siguen el mismo tipo de estructura de razonamiento (inductivo, abductivo o deductivo).

La argumentación en la clase de Matemática potencia los procesos de enseñanza y aprendizaje, por un lado, desde la práctica colectiva, se democratiza el aprendizaje a través de un discurso matemático escolar horizontal (Solar-Bezmalinovic, 2018); fomenta en el estudiantado la satisfacción de autoconvencerse y convencer a sus compañeros(as) de sus resultados o procesos (Inglis y Mejía-Ramos, 2005) y permiten a docentes indagar sobre las cadenas de razonamiento que elaboran estudiantes y su comprensión de los objetos matemáticos (Weston, 2006). La importancia de la argumentación en la clase de Matemática es clara e inmediata sobre la autoridad de los programas de Matemática vigentes, de las políticas internacionales respecto a alfabetización matemática y sus competencias o habilidades; lo que se trata de visualizar es cómo se producen las prácticas argumentativas en el sistema educativo costarricense. Para continuar con esta intención, en el siguiente apartado se explora la forma en que la argumentación se articula en la formación inicial de docentes.

Argumentación en la formación de docentes

En la Universidad Estatal a Distancia (UNED), al igual que la Universidad de Costa Rica (UCR), la Universidad Nacional de Costa Rica (UNA) y el Instituto Tecnológico de Costa Rica (TEC), se cuenta con la carrera de

Enseñanza de la Matemática, la cual prepara futuras personas profesionales para la enseñanza de esta disciplina tanto a nivel de secundaria como de cursos universitarios iniciales. En la formación de nuevas personas docentes por medio de esta carrera, se desarrollan cursos de Matemática vinculados a diferentes ramas como Geometría, Teoría de Números, Álgebra y Análisis Real.

En estos cursos, se utilizan las demostraciones matemáticas como estrategia de mediación y evaluación. Aunque en muchas asignaturas existe un componente algorítmico, las demostraciones tienen una mayor ponderación, ya que permiten obtener generalizaciones, así como generar sustento teórico que amplía la construcción de objetos matemáticos (Ramírez, 2022). Generar espacios académicos que fomenten la demostración matemática vista como un espacio sociocultural (discursivo) en la cual docentes y estudiantes interactúan en la construcción social del saber matemático (Crespo, 2007; Ramírez, 2024 se vuelve importante, si se pretende que futuras personas docentes puedan problematizar, reconstruir y resignificar conceptos matemáticos con sus estudiantes.

Como se mencionó antes, la demostración y la argumentación no necesariamente son equivalentes; la argumentación puede permitir establecer conjeturas y generalizaciones convincentes partiendo de un modelo de razonamiento inductivo y abductivo; sin embargo, alcanzar una demostración que valide estas conjeturas requiere de un proceso lógico deductivo, es decir, de la demostración matemática. Para una persona matemática pura, la demostración es el camino para seguir, y en la formación de personas docentes, se siguen demostraciones elementales que permitan al profesional alcanzar una madurez matemática, de tal forma que sea capaz de conocer a fondo los objetos matemáticos por enseñar. Tanto en la UCR como la UNA, el TEC y la UNED se aborda la demostración con todo el formalismo que esta conlleva, pero ¿se aborda la argumentación como una práctica discursiva? Salvo esfuerzos puntuales de docentes por iniciativa propia, la respuesta es no. Según académicos de estas cuatro universidades, respectivamente, Rodolfo Fallas, Leonel Chaves, Marvin Abarca y Eric Padilla, la argumentación no forma parte de sus cursos de Matemática ni de educación matemática que componen la carrera en cada una de las universidades (comunicación personal, 11 de septiembre de 2023).

Si bien en la formación de docentes no se cuenta con un curso o módulo sobre argumentación, el desarrollo de habilidades argumentativas, a partir de demostraciones matemáticas, les permite a docentes construir una noción propia de argumentación, no necesariamente un modelo argumentativo, pero sí una idea de lo que significa argumentar. Al consultar a las personas docentes en el taller piloto por estrategias que utilizan para fomentar la argumentación en sus clases de Matemática, 11 de ellas indicaron que realizan preguntas al estudiantado, principalmente, el ¿por qué? de sus respuestas o resultados. Es decir, la mayoría de las personas docentes que participaron en este estudio piloto cuestionan a sus estudiantes para que brinden razones que sustenten sus conclusiones, sin embargo, ¿será suficiente con plantear preguntas a estudiantes? Una vez más, se debe recordar que existe diferencia entre explicación y argumentación, de tal modo que debe procurarse seguir un modelo que garantice un discurso argumentativo pertinente.

A partir de las necesidades de la educación matemática en todos los niveles del sistema educativo costarricense, la preponderancia de mejorar las prácticas argumentativas en los salones de clase, las características de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNED, de las demás universidades estatales y su compromiso con la formación de profesionales con altos estándares de calidad, surge la intención de exponer las principales características de la argumentación como práctica discursiva que puede ser incorporada a la mediación pedagógica a través de modelos como el propuesto por Stephen Toulmin. A partir de los resultados obtenidos en una investigación sobre los argumentos de estudiantes de la asignatura de Análisis Real de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNED, al estudiar la convergencia de series numéricas infinitas (Ramírez, 2023), se determinó que las personas estudiantes presentan falencias a la hora de construir argumentos, en la actividad 1A sobre determinar la convergencia de la serie .

Solamente una estudiante de seis presentó garantía y respaldo para su conclusión; otra estudiante presentó garantía, pero no respaldo y los demás cuatro estudiantes no presentaron garantía ni respaldo, es decir, pasaron de los datos a la conclusión. Además, se observó que no confían en datos numéricos y en el proceso inductivo, ya que en las actividades 2A y 2B, sobre determinar la convergencia de dos series dadas, las seis personas estudiantes señalaron que, al observar los datos numéricos, podían determinar que las series eran divergente y convergente, respectivamente; pero enfocaron sus esfuerzos en argumentar partiendo de un modelo deductivo a través de criterios de convergencia, dejando de lado la exploración numérica.

Un argumento no es necesariamente equivalente a una demostración, sin embargo, puede brindar suficiente contenido para convencer de una conjetura. Por ejemplo, la conjetura de Goldbach: "Todo número par mayor que dos puede escribirse como la suma de dos números primos" (Soto y Palacios, 2023, p. 68) es un problema abierto en la comunidad matemática mundial, debido a que no se ha logrado establecer una demostración formal (lógico-deductiva). No obstante, Oliveira e Silva et al. (2014) señalan que se ha verificado empíricamente que la conjetura es válida para todos los números pares menores que 4×10^{18} (todos los pares menores que cuatro trillones). Si bien estos cálculos no constituyen una demostración, conducen a concluir mediante argumentación que la conjetura es verdadera y motivan a matemáticos a continuar desarrollando investigación y generando teoría para eventualmente alcanzar la demostración formal que pruebe que la conjetura es verdadera o falsa.

Similarmente, en el estudio de la convergencia de series infinitas, determinar la convergencia de una serie podría resultar tarea difícil para algunos casos, por ejemplo, al considerar la serie de los recíprocos de los números primos no es tarea fácil con los conocimientos básicos de series, establecer si converge o diverge; pero, a partir de observar los resultados de las primeras 100 sumas parciales y compararlas con series como la armónica o la serie de la suma de los recíprocos de los cuadrados, podría generar suficiente información para conjeturar si converge o diverge y poder trabajar en la dirección adecuada a través de investigación sobre cómo probar la conjetura.

Aunque incorporar un curso sobre argumentación en la clase de Matemática a nivel de formación inicial de docentes sería muy enriquecedor, es suficiente incorporar discursos argumentativos en diferentes asignaturas, potenciando la participación de las personas estudiantes y brindando insumos para que estas reconozcan qué elementos deben considerar al brindar argumentos. Jiménez y Pineda (2013) señalan que: "el trabajo en grupo es una estrategia que bien utilizada incentiva la participación de todos los involucrados, permite que cada uno exponga y exprese sus opiniones" (p. 108), por ende, generar espacios para flexibilizar la discusión matemática en el aula, donde cada estudiante participe en hacer aserciones, rebatirlas y criticarlas, es imperante en la formación de nuevas personas docentes para que, a su vez, estas puedan abrir estos espacios en su eventual rol de profesores en los salones de clase, ya que, como señala Crespo (2005):

El docente de matemática enseña de acuerdo con las concepciones que tiene de esta disciplina. Así, si la demostración es considerada como una estructura rígida y no modificable que aparece en los libros, la enseñará como algo acabado y que debe ser memorizado por los alumnos. En cambio si considera que los alumnos pueden "hacer matemática", la demostración como contenido matemático adquirirá un perfil de elemento dinámico y modificable desde el punto de vista. (p. 26)

Incorporar la argumentación, sus diferentes nociones, características, modelos y principales resultados en la formación de docentes es una tarea que deben atender las personas encargadas del diseño de los planes de estudio de las distintas universidades; pero, desde la práctica profesional de las personas formadoras de docentes, es válido incorporar elementos de algún modelo argumentativo a su mediación pedagógica.

SÍNTESIS Y REFLEXIONES FINALES

La argumentación en la clase de Matemática se ha venido estudiando desde finales del siglo XX y trascendió al siglo XXI, con las políticas de organismos internacionales, como la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico, a través de su Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos, en el cual se definieron competencias matemáticas básicas en estudiantes de primaria y secundaria, competencias presentes, a su vez, en los principios y estándares de la National Council of Teachers of Mathematics y que impactaron el currículo escolar en la enseñanza media de Costa Rica. La argumentación, considerada como competencia o proceso matemático, junto con otras cuatro competencias, se encuentra en la columna vertebral de los programas de estudio y deben articularse acciones de mediación pedagógica sobre los conceptos matemáticos para graduar una ciudadanía competente, capaz de utilizar la matemática para resolver problemas en sus eventuales estudios universitarios, trabajos y proyectos de vida. Conocer a fondo las diferentes concepciones de argumentar en el contexto de la matemática *per se* y en la clase de Matemática debe ser prioridad para docentes en ejercicio que tienen la responsabilidad de desarrollar estrategias didácticas en sus clases para fomentar este proceso matemático en sus estudiantes.

Durante muchos años, las universidades públicas de Costa Rica que brindan la carrera Enseñanza de la Matemática se han preocupado por desarrollar la habilidad de “demostrar” en sus estudiantes y este aspecto es importante, pues tiene la intención de formar profesionales con un conocimiento profundo de la matemática. Sin embargo, la demostración matemática pierde fuerza en el ejercicio profesional de docentes de secundaria, donde tiene mayor peso la argumentación y demostraciones simples. Por lo tanto, incorporar diferentes modelos argumentativos en la formación de docentes podría generar que, a través de su experiencia y conocimiento, las futuras personas docentes desarrollen una mejor mediación pedagógica del proceso de argumentar en sus lecciones de Matemáticas. Además, a través de espacios de formación continua liderados por las universidades y dirigidos hacia sus personas egresadas, se debe procurar acercar a las personas docentes en ejercicio a actualizarse y conocer sobre la argumentación, además, cómo potenciar las prácticas argumentativas en la clase.

La argumentación en clase de Matemáticas es un recurso didáctico enriquecedor; facilita a la persona docente visualizar las cadenas de razonamiento del estudiantado, revisar su comprensión y alcance de objetivos; a su vez, permite una interacción mucho más horizontal entre estudiantes, promoviendo discusiones estructuradas sobre un problema o tarea matemática, es decir, reorienta la acción educativa y pone a la persona estudiante en el centro del proceso, tal como lo establece la política educativa (Consejo Superior de Educación, 2018).

REFERENCIAS

- Balacheff, N. (2000). Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas. Una Empresa Docente.
- Boero, P., Douek, N., Morselli, F. y Pedemonte, B. (2010). Argumentation and proof: A contribution to theoretical perspectives and their classroom implementation. En, M.F. Pinto, y F. Kawasaki (Eds.), Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education PME-34 (pp. 179-209). PEM. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:55058348>
- Consejo Nacional de Rectores. (2023). Informe Estado de la Educación 2023. <https://estadonacion.or.cr/?informes=informe-estado-de-la-educacion-2023>
- Consejo Superior de Educación. (2018). Política Educativa La persona: Centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad. <https://www.mep.go.cr/politica-educativa>
- Crespo, C. (2005). La importancia de la argumentación matemática en el aula. *Premisa*, 24, 23-29.

- Crespo, C. (2007). *Las Argumentaciones Matemáticas desde la visión de la socioepistemología* [Tesis de doctorado, Instituto Politécnico Nacional]. Repositorio CICATA-IPN. https://www.matedu.cicata.ipn.mx/tesis/doctorado/crespo_2007.pdf
- Crespo, C., Farfán, R. y Lezama, J. (2010). Argumentaciones y demostraciones: Una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 13(3), 283-306.
- De Gamboa, G., Planas, N. y Edo, M. M. (2010). Argumentación matemática: Prácticas escritas e interpretaciones. *Suma*, 64, 34-44. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/250723>
- Duval, R. (1993). Arguenter, démontrer, expliquer: Continuité ou rupture cognitive. *Petit x*, 31, 37-61.
- Ferrater-Mora, J. (1978). *Diccionario de Filosofía* (5.a ed.). Sudamérica.
- Inglis, M. y Mejía-Ramos, J. P. (2005). La fuerza de la aserción y el poder persuasivo en la argumentación en matemáticas. *Revista Ema*, 10(2 y 3), 328-353.
- Jiménez, A., y Pineda, L. M. (2013). Comunicación y argumentación en clase de matemáticas. *Educación y Ciencia*, 16, 101-116.
- Mejía, A. (2021). El esquema argumentativo de Toulmin como herramienta de control de racionalidad de las decisiones judiciales. *Revista de la Facultad de Derecho y Ciencias Políticas*, 51(134), 151-176. <https://doi.org/doi:https://doi.org/10.18566/rfdcp.v51n134.a07>
- Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio de Matemáticas*. <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Recuperado el 14 de marzo de 2024 de <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>
- Niss, M., y Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9-28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2004). *Learning for Tomorrow's World. First Results from PISA 2003*. <https://doi.org/10.1787/9789264063556-de>
- Oliveira e Silva, T., Herzog, S. y Pardi, S. (2014). Empirical verification of the even Goldbach conjecture and computation of prime gaps up to 4 1018. *Mathematics of Computation*, 83(288), 2033-2060. <https://doi.org/10.1090/S0025-5718-2013-02787-1>
- Pinochet, J. (2015). El modelo argumentativo de Toulmin y la educación en ciencias: Una revisión argumentada. *Ciência & Educação (Bauru)*, 21, 307-327. <https://doi.org/10.1590/1516-731320150020004>
- Ramírez, L. (2022). Pertinencia de la demostración matemática para el estudio del análisis real en la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica. En O. Jerez Yañez y M. Rojas Pino (Eds.), *Innovar y transformar desde las disciplinas: experiencias claves en la educación superior en América Latina y el Caribe 2021-2022* (pp. 450-458). Universidad de Chile. <https://libros.uchile.cl/1297>
- Ramírez, L. (2023). Análisis de la argumentación de estudiantes de nivel superior para establecer la convergencia o divergencia de series numéricas en un curso introductorio de análisis real [Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional]. CICATA-IPN. <https://www.cicata.ipn.mx/oferta-educativa/promo/egresados/emi.html>
- Ramírez, L. (2024). La noción de demostración matemática, una aproximación desde la teoría socioepistemológica para la educación a distancia. *Repertorio Científico*, 27(Especial), 32-37. <https://doi.org/10.22458/rc.v27iEspecial.5271>
- Ríos-Cuesta, W. (2021). Argumentación en educación matemática: Elementos para el diseño de estudios desde la revisión bibliográfica. *Revista Amazonia Investiga*, 10(41), 96-105.

- Ríos-Cuesta, W. (2023). Diseño de tareas por variación para promover la argumentación. En E. Juárez, L. A. Hernández, y A. Castañeda (Eds.), *Tendencias en la educación Matemática* (pp. 69-88). Editorial SOMIDEM. <https://editorialsomidem.org.mx/?view=viewpub&id=923#>
- Solar, H., y Deulofeu, J. (2016). Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(56), 1092-1112. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a13>
- Solar-Bezmalinovic, H. (2018). Implicaciones de la argumentación en el aula de matemáticas. *Revista Colombiana de Educación*. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=413653555008>
- Soto, T. R., y Palacios, O. Q. (2023). Teorema de Dirichlet, postulado de Bertrand y conjetura de Goldbach. *Revista Bases de la Ciencia*, 8(1). <https://doi.org/10.33936/revbasdelaciencia.v8i1.5211>
- Toulmin, S., Rieke, R. y Janik, A. (1984). *An introduction to reasoning* (2da ed.). Macmillan Publishing Company.
- Weston, A. (2006). *Las claves de la argumentación* (11º). Ariel.